УДК 519.6:001.5
DOI https://doi.org/10.32838/TNU-2663-5941/2020.3-1/20

Левкін Д.А.
Харківський національний технічний університет сільського господарства імені Петра Василенка

Макаров О.А.
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Завгородній О.І.
Харківський національний технічний університет сільського господарства імені Петра Василенка

Левкін А.В.
Харківський національний технічний університет сільського господарства імені Петра Василенка

ТЕОРЕТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ БАГАТОТОЧКОВИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ

У статті розглянуті питання математичного моделювання багатошарових технологічних систем, які містять джерела температурних полів. Дослідження авторів носять узагальнюючий характер та можуть бути застосовані для розрахунку керуючих параметрів довільних багатошарових систем. Це означає, що зі зміною об'єкта дослідження, в перспективі, не виникають складнощі з побудовою коректних розрахункових і прикладних оптимізаційних математичних моделей.

Автори розглядають багатошаровий матеріал під дією джерел термічного навантаження. Відзначимо, що в якості досліджуваного об'єкта часто виступають багатошарові матеріали зі складною геометрією, процес дії на які має свої специфічні особливості. Для таких матеріалів неможливо гарантувати коректності крайових задач, які лежать в основі розрахункових математичних моделей. Тому для розрахунку технологічних параметрів багатошарових систем доводиться відмовлятися від розгляду багатошарової структури матеріалу, а об'єкт дослідження замінюється на одношаровий матеріал (відрізок, куля), що сприяє подоланню складнощів обґрунтування коректності отриманих крайових задач. Це призводить до отримання усереднених значень функції мети і її параметрів, що негативно впливає на забезпечення технологічних процесів. Для уникнення цього, врахування під час моделювання та оптимізації багатошарової структури досліджуваних об'єктів авторами детально досліджені розрахункові та прикладні оптимізаційні математичні моделі.

Дослідження статті присвячені визначенню та перевірці виконання умов коректності багатоточкових крайових задач у багатошаровому середовищі. Проведені дослідження лежать в основі вибору та обґрунтування коректності розрахункових і прикладних оптимізаційних математичних моделей для, наприклад, лазерної сварки біоматеріалу, ділення ранніх елітних ембріонів.

Ключові слова: *математичне моделювання, коректність, крайові задачі, оптимізація, багатошарове середовище.*

Постановка проблеми. Провівши ряд експериментальних досліджень з аналізу стану багатошарових систем, які містять джерела впливу фізичних полів, вченими була показана важливість етапу математичного моделювання та оптимізації. Задля економії витрат технічних та інших ресурсів систем, а також збільшення точності оптимізації параметрів необхідна постановка коректних крайових задач основних диференціальних рівнянь. Виконання цієї вимоги дозволить забезпечити автоматизацію проектування багатошарових систем.

Автори пропонують підхід для доведення коректності багатоточкових крайових задач в багатошаровому середовищі для випадку, коли доводиться мати справу з багатошаровим об'єктом складної форми з наявністю специфічних особливостей (зони заборони, нерівності на зовнішньому шарі та інші особливості). Таким чином, у статті не конкретизований об'єкт дослідження. Це дає можливість стверджувати, що в даній роботі закладені основи для подальшого дослідження розрахункових та прикладних оптимізаційних математичних моделей процесу дії джерел фізичних полів на багатошаровий матеріал. Тема дослідження широко застосовується для розв'язання, наприклад, задач синтезу технічних систем з джерелами фізичних полів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Проведемо аналіз наукових публікацій стосовно до вирішення питань розрахунку та оптимізації багатошарових систем з локальною дією на них джерел відповідних фізичних полів [1–3]. У монографії [1] наведені наукові дослідження, які стосуються питань розрахунку та оптимізації механічних, технічних, електротехнічних, екологічних, гідродинамічних та інших систем, які піддаються дії зосереджених рухомих джерел фізичних полів. Питанням розрахунку та технічного забезпечення технологічних процесів лазерної дії на багатошарові матеріали присвячені результати роботи [2]. У роботі [3] наведені температури лазерного нагріву ембріону для декількох теплових режимів в залежності від тривалості та потужності лазерної дії. Детально досліджені нелокальні крайові задачі для диференціальних та псевдодиференціальних рівнянь, а також отримані умови коректності двоточкової крайової задачі в довільних просторах функцій в роботах [4, 5].

Постановка завдання. Побудувати коректні багатоточкові крайові задачі, які описують стан багатошарових систем та містять джерела дії фізичних полів. Це дозволить гарантувати адекватність розрахункових та прикладних оптимізаційних математичних моделей, що дасть змогу автоматизувати дослідження багатошарових систем.

Виклад основного матеріалу дослідження. Для дослідження умов коректності багатоточкової крайової задачі в багатошаровому середовищі розглянемо однорідну та неоднорідну крайові задачі:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = A_1\left(\dfrac{\partial}{i\partial x}\right)u(x,t) \quad при \quad t\in[0;t_1],\ x\in R^m; \\ \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = A_2\left(\dfrac{\partial}{i\partial x}\right)u(x,t) \quad при \quad t\in[t_1;t_2],\ x\in R^m; \\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots \\ \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = A_n\left(\dfrac{\partial}{i\partial x}\right)u(x,t) \quad при \quad t\in[t_{N-1};T],\ x\in R^m. \end{cases} \tag{1}$$

$$B_0\left(\frac{\partial}{i\partial x}\right)u(x,0) + B_1\left(\frac{\partial}{i\partial x}\right)u(x,t_1) + \dots + B_n\left(\frac{\partial}{i\partial x}\right)u(x,T) = \varphi(x) \tag{2}$$

і

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = A_1\left(\dfrac{\partial}{i\partial x}\right)u(x,t) + f(x,t) \quad при \quad t\in[0;t_1],\ x\in R^m; \\ \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = A_2\left(\dfrac{\partial}{i\partial x}\right)u(x,t) + f(x,t) \quad при \quad t\in[t_1;t_2],\ x\in R^m; \\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots \\ \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = A_n\left(\dfrac{\partial}{i\partial x}\right)u(x,t) + f(x,t) \quad при \quad t\in[t_{N-1};T],\ x\in R^m. \end{cases} \tag{3}$$

$$B_0\left(\frac{\partial}{i\partial x}\right)u(x,0) + B_1\left(\frac{\partial}{i\partial x}\right)u(x,t_1) + \dots + B_n\left(\frac{\partial}{i\partial x}\right)u(x,T) = 0\,. \tag{4}$$

Тут $A_k\left(\frac{\partial}{i\partial x}\right)$ і $B_k\left(\frac{\partial}{i\partial x}\right)$ – псевдодиференціальні оператори з символами з простору нескінченно диференційованих функцій степеневого зростання, а розв'язки $u(x,t)$ припустимо, що неперервні за t в усьому шарі та диференційовані при $t \neq t_k$.

Розгляд будемо вести у просторах Соболева-Слободецького H_l^s, а також у просторах Л. Шварця.

Подіємо перетворенням Фур'є (за просторовими змінними) на рівняння з неоднорідної крайової задачі (1) – (2). Отримаємо крайову задачу:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \tilde{u}(s,t)}{\partial t} = A_1(s)\tilde{u}(s,t) \quad при \quad t\in[0;t_1],\ s\in R^m; \\ \dfrac{\partial \tilde{u}(s,t)}{\partial t} = A_2(s)\tilde{u}(s,t) \quad при \quad t\in[t_1;t_2],\ s\in R^m; \\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots \\ \dfrac{\partial \tilde{u}(s,t)}{\partial t} = A_n(s)\tilde{u}(s,t) \quad при \quad t\in[t_{N-1};T],\ s\in R^m. \end{cases} \tag{5}$$

$$B_0(s)\tilde{u}(s,0) + B_1(s)\tilde{u}(s,t_1) + \dots + B_n(s)\tilde{u}(s,T) = \varphi(s)\,, \tag{6}$$

де $\tilde{u}(s,t) = F_x u(x,t)$, $\varphi(s) = F_x\varphi(x,t)$;

$A_k(s)$, $B_k(s)$ – символи відповідних псевдодиференціальних операторів.

За аналогією, діючи перетворенням Фур'є на неоднорідну крайову задачу (3) – (4), отримали наступну крайову задачу:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \tilde{u}(s,t)}{\partial t} = A_1(s)\tilde{u}(s,t) + f(s,t) \quad при \quad t\in[0;t_1],\ s\in R^m; \\ \dfrac{\partial \tilde{u}(s,t)}{\partial t} = A_2(s)\tilde{u}(s,t) + f(s,t) \quad при \quad t\in[t_1;t_2],\ s\in R^m; \\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots \\ \dfrac{\partial \tilde{u}(s,t)}{\partial t} = A_n(s)\tilde{u}(s,t) + f(s,t) \quad при \quad t\in[t_{N-1};T],\ s\in R^m. \end{cases} \tag{7}$$

$$B_0(s)\tilde{u}(s,0) + B_1(s)\tilde{u}(s,t_1) + \dots + B_n(s)\tilde{u}(s,T) = 0\,, \tag{8}$$

де $f(s,t) = F_x f(x,t)$.

Відзначимо, що перетворення Фур'є переводить простір H_l^s в простір H_s^l, простір S – в себе ж, а мультиплікатори у просторі S належать простору нескінченно диференційованих функцій степеневого зростання.

Будемо шукати розв'язок задачі (5) – (6) в такому вигляді:

$$\tilde{u}(s,t) = \begin{cases} \exp tA_1(s)\varphi_1(s) \quad при \quad t\in[0;t_1]; \\ \exp tA_2(s)\varphi_2(s) \quad при \quad t\in[t_1;t_2]; \\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots \\ \exp(t-t_{n-1})A_n(s)\varphi_n(s) \quad при \quad t\in[t_{n-1};T]. \end{cases} \tag{9}$$

З умови неперервності отримали розв'язок:

$$\varphi_k(s) = \exp\begin{pmatrix} t_1A_1(s) + (t_2-t_1)A_2(s) + \dots \\ +(t_{k-1}-t_{k-2})A_{k-1}(s) \end{pmatrix}\varphi_1(s)\ . \tag{10}$$

Якщо підставити розв'язок (10) в умову (6), то отримаємо:

$$B_0(s)\varphi_1 + B_1(s)\exp t_1 A_1(s)\varphi_1 + \ldots + \\ +\varphi_1 B_n(s)\exp\begin{pmatrix} t_1 A_1(s) + (t_2 - t_1)A_2(s) + \ldots \\ +(T - t_{n-1})A_n(s) \end{pmatrix} = \varphi(s). \quad (11)$$

Якщо функція:

$$\Delta(s) = B_0(s) + B_1(s)\exp t_1 A_1(s) + \ldots + \\ +B_n(s)\exp\begin{pmatrix} t_1 A_1(s) + (t_2 - t_1)A_2(s) + \ldots \\ +(T - t_{n-1})A_n(s) \end{pmatrix} \neq 0, \quad (12)$$

тоді $\varphi_1(s) = \varphi(s)/\Delta(s)$, а розв'язок крайової задачі (5) – (6) має наступний вигляд:

$$\tilde{u}(s,t) = Q(s,t)\varphi(s), \quad (13)$$

де функція $Q(s,t)$ для однорідної крайової задачі (1) – (2) подана в наступному вигляді:

$$Q(s,t) = \begin{cases} \exp tA_1(s)/\Delta(s) & при \quad t \in [0;t_1]; \\ \exp tA_2(s)/\Delta(s) & при \quad t \in [t_1;t_2]; \\ \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \\ \exp\left((t - t_{n-1})A_n(s) + \ldots + t_1 A_1(s)\right)/\Delta(s) & при \quad t \in [t_{n-1};T]. \end{cases} \quad (14)$$

Перейдемо до розгляду крайової задачі для неоднорідного рівняння (3) – (4). Задля цього знадобиться визначення функції Гріна для крайової задачі (7) – (8). З'ясуємо, як пов'язана функція Гріна з функцією $Q(s;t)$. Для функції $Q(s;t)$ має місце результат, що отримали в роботі [6].

Якщо в задачі (5) – (6) існує функція $Q(s;t)$, тоді в задачі (7) – (8) існує функція Гріна, при чому для данної функції Гріна виконується наступна система:

$$G(t,\tau,s) = \begin{cases} -\sum\limits_{k,t_k>\tau} B_k(s)Q(s,t-\tau+t_k) & при \quad t \le \tau; \\ \sum\limits_{k,t_k\le\tau} B_k(s)Q(s,t-\tau+t_k) & при \quad t > \tau. \end{cases} \quad (15)$$

Далі з'ясуємо, як пов'язана коректність однорідної крайової задачі (1) – (2) з простору S у простір $C([0;T],S)$ з коректністю неоднорідної крайової задачі (3) – (4) у просторі $C([0;T],S)$. Для цього скористаємося твердженням з роботи [6], що коректність однорідної крайової задачі (1) – (2) з простору S у простір $C([0;T],S)$ зумовлює коректність неоднорідної крайової задачі (3) – (4) у просторі $C([0;T],S)$.

На підставі наведених розрахунків покажемо, що параболічну крайову задачу можна збурювати підлеглим псевдодиференціальним оператором. Для цього знадобиться твердження про те, що умова параболічності однорідної крайової задачі (1) – (2) необхідна для коректності з простору $C([0;T],H^s)$ в простір $C([0;T],H^{s-q})$ збуреного рівняння з однорідними крайовими умовами за достатньо малими збуреннями.

Таким чином, отримані вище результати, у перспективі дозволять отримати умови коректності для псевдодиференціальних рівнянь зі змінними за t символами. У роботах [7–9] представлене подальше дослідження розрахункових і прикладних оптимізаційних математичних моделей. Для визначеності розглянемо оптимізаційні задачі процесу термічної дії на багатошарові матеріали.

Основна оптимізаційна задача полягає в тому, що необхідно запропонувати принципи побудови розрахункових і прикладних оптимізаційних математичних моделей, а також чисельних методів та спеціалізованих програмно-апаратних засобів, які дозволять здійснити: оптимізацію параметрів теплової дії на багатошаровий матеріал з урахуванням обмежень на температурне поле та зменшенням пошкодженості матеріалу; автоматизацію процесу моделювання термічного навантаження з метою підвищення якості технологічного процесу. Виходячи з постановки основної оптимізаційної задачі, функція мети має вигляд:

$$T = T(x,y,z,t,z^*), \quad (16)$$

де $T(x,y,z,t,z^*)$ – температурне поле; (x,y,z) – область точок багатошарового матеріалу; t_0 і t^* – початковий та кінцевий моменти часу t; z^* – вектор параметрів дії.

Значення температурного поля (функції мети) повинні вдовольняти умові:

$$\frac{\min T}{\max T} \to \max_{z^* \in Z} \to 1\,. \quad (17)$$

При системі двосторонніх обмежень на мінімальне та максимальне значення температурного поля.

Математична модель основної оптимізаційної задачі повинна забезпечити деякий екстремум (в залежності від постановки крайових задач) на множині параметрів z^*, а саме: розмір області матеріалу, час та інтенсивність теплової дії, енергія дії, траєкторія руху джерела поверхнею матеріалу, густина дії , що описуються системою нелінійних обмежень:

$$\underset{\substack{(x,y,z)\in\Omega^* \\ t\in[t_0;t^*] \\ z^*\in Z}}{extr} T(x,y,z,t,z^*). \quad (18)$$

Це означає, що необхідно відшукати такі параметри вектора z^*, які б забезпечили виконання екстремуму (18). Такими параметрами будуть:

$$z_0^* = \arg \underset{\substack{(x,y,z)\in\Omega^* \\ t\in\left[t_0;t^*\right] \\ z^*\in Z}}{extr} T\left(x,y,z,t,z^*\right), \qquad (19)$$

де z_0^* – вектор параметрів, забезпечуючий екстремум функції мети.

На параметри вектора теплової дії z^* накладені двосторонні обмеження їх зміни.

Розглянувши формалізацію математичних моделей для одинадцяти прикладних оптимізаційних задач, Левкін Д.А. здійснив чисельну реалізацію для декількох з них.

Математична модель 1. Необхідно мінімізувати різницю між значеннями температурного поля T в заданих точках (x,y,z) багатошарової системи та наперед заданими допустимими значеннями температурного поля T^*, тобто знайти:

$$\min_{z^*\in Z} \max_{\substack{(x,y,z)\in\Omega_i \\ i=1,N \\ t\in[t_0;t^*]}} \left|T\left(x,y,z,t,z^*\right)-T^*\right|, \qquad (20)$$

де $T\left(x,y,z,t,z^*\right)$ – температурне поле; (x,y,z) – область багатошарового матеріалу; T^* – допустиме значення температурного поля.

Математична модель 2. Потрібно знайти процент життєздатності (травмованості) P матеріалу:

$$P = \frac{V_{segm}}{V}\times 100\%, \qquad (21)$$

де V_{segm} – об'єм сегменту матеріала, що піддається впливу; V – об'єм матеріалу.

Для оцінки локального нагріву сегмента повинна виконуватись наступна система:

$$V_{segm} = \begin{cases} V_1, & T_i > T^*; \\ V_2, & T_i \le T^*, \end{cases} \qquad (22)$$

де V_1 – об'єм травмованого сегменту; V_2 – об'єм життєздатного сегменту матеріалу.

Таким чином, потрібно задати такі параметри теплової дії, щоб скоротити об'єми травмованого сегмента матеріалу чи збільшити об'єми життєздатного сегменту.

Математична модель 3. Розглянемо задачу мінімізації ухилення температурного поля матеріалу від наперед заданого розподілу $T_0(x,y,z,t)$ температурного поля на гладкій кривій L матеріалу. У цьому випадку у зв'язку з тим, що мінімізацію різниці між отриманим температурним полем $T\left(x,y,z,t,z^*\right)$ і наперед заданим значенням $T_0(x,y,z,t)$ необхідно здійснити за вектором z^* параметрів теплової дії на матеріал, в основі відповідної математичної моделі лежатиме середнєквадратичне ухилення цих двох функцій:

$$\min_{z^*\in Z} \max_{\substack{(x,y,z)\in L \\ t\in\left[t_0;t^*\right]}} \left(\int_L \left(T\left(x,y,z,t,z^*\right)-T_0\left(x,y,z,t\right)\right)^2 dL\right)^{1/2}. \qquad (23)$$

У свою чергу, $T\left(x,y,z,t,z^*\right)$ – температурне поле точок $(x_i,y_i,z_i)\in L$, $i=1,..,N$ гладкої кривої багатошарового матеріалу.

Перспективним напрямком досліджень є вивчення міжшарового розподілу температурних полів у нелінійних матеріалах. Прикладна оптимізаційна математична модель полягає в тому, що необхідно забезпечити виконання:

$$\min_{z^*\in Z}\left(\max_{\substack{(x,y,z)\in N_1 \\ t\in[t_0;t^*]}} T\left(x,y,z,t,z^*\right) - \min_{\substack{(x,y,z)\in N_2 \\ t\in[t_0;t^*]}} T\left(x,y,z,t,z^*\right)\right). \qquad (24)$$

При цьому $T\left(x,y,z,t,z^*\right)$ є температурним полем сусідніх шарів матеріалу.

Слід відзначити, що для оптимального використання технічних ресурсів багатошарових систем та скорочення витрат піддослідного матеріалу потрібна миттєва реалізація одразу декількох прикладних оптимізаційних математичних моделей з оптимізацією більшого числа параметрів процесу термічної дії. При цьому для забезпечення ітераційного процесу пошуку та спрямованого перебору локальних екстремумів температурного поля потрібна багаторазова реалізація декількох крайових задач. У зв'язку зі специфічними особливостями прикладних оптимізаційних математичних моделей (нелінійність функції мети та системи обмежень на параметри теплової дії, багатоекстремальність прикладних задач оптимізації, багатозв'язність області розв'язків) для їх програмно-апаратної реалізації доцільно застосовувати сіткові процесори на аналогових і гібридних моделях. Це дозволить підвищити точність та швидкість оптимізації параметрів багатошарових систем.

Висновки. У статті визначені та детально досліджені умови коректності багатоточкових крайових задач в багатошаровому середовищі. Авторами з'ясовано, якими диференціальними операторами можно збурювати праву частину (джерело дії) основного диференціального рівняння крайової задачі, щоб вона залишилась коректною. Наявність та виконання вказаних у даній роботі умов коректності багатоточкових крайових задач дозволить стверджувати про їх коректність для довільних багатошарових систем, які містять джерела впливу фізичних полів у випадку, коли в якості досліджуваного об'єкта розглядають багатошаровий матеріал зі складною геометрією. Це дозволить збільшити точність та швидкість реалізації розрахункових і прикладних оптимізаційних математичних моделей, а також дасть змогу вдосконалити відомі та запропонувати нові методи для автоматизації проектування складних систем.

Список літератури:

1. Стоян Ю.Г., Путятин В.П. Оптимизация технических систем с источниками физических полей. Київ : Наук. думка, 1988. С. 44–48.

2. Чубаров Е.П. Управление системами с подвижными источниками воздействия. Москва : Энергоатомиздат, 1985. 288 с.

3. Douglas-Hamilton D.H., Conia J. Thermal effects in laser-assisted pre-embryo zona drilling. *Journal of Biomedical Optics*. 2001. Vol. 6, Issue 2. P. 205. DOI: 10. 1117/1.1353796.

4. Пташник Б.Й., Ількив В.С., Кмить І.Я., Поліщук В.М. Нелокальні крайові задачі для рівнянь із частинними похідними. Київ : Наукова думка, 2002. 416 с.

5. Макаров А.А. Существование корректной двухточечной краевой задачи в слое для систем псевдодифференциальных уравнений. *Дифференциальные уравнения*. 1994. Т. 30. № 1. С. 144–150.

6. Макаров А.А., Левкин Д.А. Многоточечная краевая задача для псевдодифференциальных уравнений в полислое. *Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна. Серія: Математика, прикладна математика і механіка*. Харків, 2014. Вип. 69. № 1120. С. 64–74.

7. Мегель Ю.Е., Левкин Д.А. Математическая модель теплового нагрева многослойного микробиологического объекта. *Восточно–Европейский журнал передовых технологий*. Харьков, 2012. № 3/4 (57). С. 4–8.

8. Levkin A., Levkina R., Petrenko A., Chaliy I. Economic Security as a Result of Modern Biotechnology Implementation: 2019 IEEE International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications Science and Technology (PIC S&T '2019) (8-11 October 2019 Kyiv). Kyiv, 2019. P. 139–142.

9. Мегель Ю.Е., Путятин В.П., Левкин Д.А., Левкин А.В. Математическое моделирование и оптимизация параметров действия лазерного луча на многослойные биоматериалы. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Механіко-технологічні системи та комплекси.* Харків : НТУ «ХПІ», 2017. № 20(1242). С. 60–64.

Levkin D.A., Makarov O.A., Zavgorodniy A.I., Levkin A.V. THE THEORETICAL RESEARCH OF MULTI-POINT BOUNDARY TASKS

The article considers the issues of mathematical modeling of multilayer technological systems that contain sources of temperature fields. The authors' research is of generalizing nature and can be used for calculating the test parameters of arbitrary multilayer systems. This means that with the change of the object of the research, in the long run, there are no difficulties in building correct calculations and applied optimization mathematical models.

The authors consider a multilayer material under the action of heat sources. It is stated that the studied object is often multilayer materials with complex geometry, the process of action on which has its own specific features. For such materials it is not possible to guarantee the correctness of the boundary value problems that underlie the calculated mathematical models. Therefore, in order to calculate the technological parameters of multilayer systems, it is necessary to abandon the multilayer structure of the material, and the object of study is replaced by a single-layer material (segment, sphere) which helps to overcome the difficulties of substantiating the correctness of the obtained boundary value problems. At the same time, this leads to obtaining average values of the goal function and its parameters, which negatively affects the provision of technological processes. To avoid this, taking into account when modeling and optimizing the multilayer structure of the studied objects, the authors have studied in detail the calculation and applied optimization mathematical models.

The research of the article is devoted to the definition and verification of the conditions correctness of multipoint boundary value problems in a multilayer environment. The conducted researches are the basis of the choice and substantiation of the calculation correctness and applied optimization mathematical models for, for example, laser welding of biomaterial, division of early elite embryos.

Key words: *mathematical modeling, correctness, boundary value problems, optimization, multilayer environment.*