

Романюк О.Н.

Вінницький національний технічний університет

Абрамчук І.В.

Вінницький національний технічний університет

Кирилащук С.А.

Вінницький національний технічний університет

Романюк С.О.

Вінницький національний технічний університет

МОДЕЛЮВАННЯ СПЕКУЛЯРНОГО СКЛАДНИКА КОЛЬОРУ З ВИКОРИСТАННЯМ ЕНЕРГЕТИЧНО-КОРЕКТНИХ МОДЕЛЕЙ ВІДБИВНИХ ЗДАТНОСТЕЙ ПОВЕРХОНЬ

У статті розроблено нові моделі відбивної здатності поверхонь. Запропоновані моделі задовольняють принципи симетричності Гельмгольца та закону збереження енергії. Це забезпечує реалістичніше відтворення спекулярного складника кольору під час відтворення тривимірних об'єктів. Отримано аналітичні залежності для нормалізуючих коефіцієнтів. Розроблені моделі мають просту апаратну реалізацію і можуть бути використані в комп'ютерних системах фотореалістичної графіки.

Ключові слова: рендеринг, модель освітлення, зафарбовування, дистрибутивна функція відбивної здатності поверхні, модель Фонга, модель Блінна.

Постановка проблеми. Роль комп'ютерної графіки як однієї з основних забезпечуючих підсистем обчислювальної техніки постійно зростає, оскільки вона дає змогу в умовах сучасного рівня розвитку комп'ютерної техніки реалізувати найбільш прийнятну й звичну для користувача технологію подання інформації. Основним завданням комп'ютерної графіки є синтез зображень із високим ступенем реалістичності. Для цього необхідно достовірно відтворити кольори об'єктів з урахуванням його освітлення від джерел світла. Тому розроблення нових моделей відбивних здатностей поверхонь є актуальним завданням.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. За оптичні властивості поверхні відповідає двопробенева дистрибутивна функція відбивної здатності ДФВЗ (BRDF – Bidirectional Reflectance Distributive Function) [1–5]. Вона є моделлю освітлення та визначає, яку частку випромінювання, що надійшло в точку з напрямку \vec{L} , буде відбито в напрямку \vec{V} (рис. 1). ДФВЗ є функцією кількох змінних

$$BRDF = f_{\lambda}(\alpha, \mu_1, \varphi, \mu_2, x) = f(\vec{L}, \vec{V}, \vec{N}),$$

де λ – довжина хвилі, (α, μ_1) , (φ, μ_2) – параметри, що визначають, відповідно, напрямок падаючого світла і напрямок спостереження.

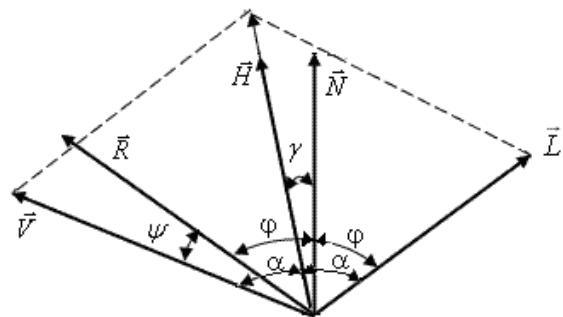


Рис. 1. Вектори нормалей до точки поверхні

Інтенсивність випромінювання I [1] в заданому напрямку визначається як величина променевого потоку через ділянку ds_{\perp} (рис. 2), перпендикулярну променю, в межах диференціального тілесного кута $d\omega$, який дорівнює площі нескінченно малого елемента на поверхні одиничної сфери:

$$I = \frac{d\Phi}{ds_{\perp} d\omega} = \frac{d\Phi}{ds \cos \alpha d\omega}.$$

ДФВЗ може бути розрахована за формулою [1]

$$BRDF = dI(\vec{V}_i) / I(L_i) \cos \alpha_i d\omega_i.$$

Відбите світло у своєму складі має дві компоненти: дифузну та спекулярну [1–4].

У сучасних засобах тривимірної графіки широкого поширення отримала дистрибу-

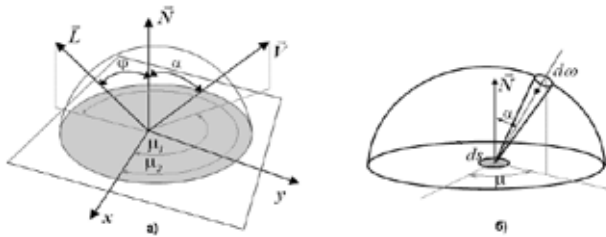


Рис. 2. Вихідні дані для розрахунку ДФВЗ

тивна функція Шліка [1], яка має такий вигляд: $\cos \gamma / (n - n \cos \gamma + \cos \gamma)$. Ця ДФВЗ має значно меншу обчислювальну складність порівняно з функціями Фонга та Бліна. На жаль, наявність операції ділення значно ускладнює апаратну реалізацію функції. Аналіз показав [1], що дистрибутивна функція Шліка відтворює епіцентр відблиску з максимальною відносною похибкою, що не перевищує 10%. За цією ділянкою спостерігається суттєве розходження з результатами, отриманими за моделлю освітлення Бліна. Недоліком ДФВЗ Шліка є те, що дистрибутивна функція в зоні формування блюмінга падає до нульового рівня надзвичайно повільно, що обумовлює неприродне освітлення графічного об'єкта та додаткові обчислення за рахунок збільшення інтервалу зміни аргументу.

ДФВЗ Гаусса [1] виду $e^{-\frac{n(\angle(\vec{H}, \vec{L}))^2}{2}}$ є достатньо точною, реалістично відтворює як зону епіцентра відблиску, так і його затухання (блюмінгу), однак не отримала широкого поширення, оскільки передбачає використання обернених функцій для обчислення кута між векторами нормалей.

У комп'ютерній графіці найчастіше використовують модель визначення спекулярного складника кольору Б. Фонга [1-4], що має вигляд

$$I_s = I \cdot \varpi(\varphi, \lambda) \cdot \cos^n \psi,$$

де $\varpi(\varphi, \lambda)$ – крива відбиття, що визначає відношення дзеркально відбитого світла до падаючого як функцію кута падіння θ і довжини хвилі λ , n – коефіцієнт спекулярності поверхні.

Функція $\varpi(\varphi, \lambda)$ складна, тому її у більшості випадків заміняють константою k_s , яку визначають експериментально або вибирають з естетичних міркувань. У ДФВЗ Фонга [1-5] $\cos \psi = \vec{V} \cdot \vec{R}$, де $\vec{R} = 2 \cdot (\vec{L} \cdot \vec{N}) \cdot \vec{N} - \vec{L}$. Вектор \vec{R} називають вектором дзеркального відбиття [1]. У дистрибутивній функції Бліна [1-4], яка історично з'явилася пізніше ДФВЗ Фонга, замість $\cos \psi$ використовують $\cos \gamma = \vec{N} \cdot \vec{H}$, де $\vec{H} = (\vec{L} + \vec{V}) / |\vec{L} + \vec{V}|$.

Серед розглянутих ДФВЗ найбільшого поширення отримали моделі освітлення Фонга та Бліна. Це пояснюється їх простотою, достатньо високою

точністю та використанням як аргументу – косинуса кута між векторами, який легко знайти через їх скалярний добуток. Саме ці моделі доцільно використовувати в системах динамічної графіки. ДФВЗ повинні задовольняти принципи симетричності Гельмгольца та збереження енергії. Принцип симетричності передбачає незмінність значення функції за умови зміни місцями вхідного й вихідного напрямку. Закон збереження енергії [5] стосовно ДФВЗ передбачає, що світлова енергія, яка розсіюється поверхнею, не може бути більшою за енергію, яка потрапила на поверхню.

Мета статті – розроблення енергетично-коректних моделей ДФВЗ для систем високореалістичної комп'ютерної графіки.

Виклад основного матеріалу дослідження. У роботі [2] запропоновано апроксимувати ДФВЗ Фонга та Бліна $\cos^n \theta$, $\theta \in [0; \pi/2]$ функцією $\left(\frac{n}{16}(\cos \theta - 1) + 1\right)$. Така функція при $n = 16..1024$ добре наближає (рис. 3) оригінальну функцію $\cos^n \theta$ на деякому проміжку $\theta \in [0; \theta_{cr}(n)] \subset [0; \pi/2]$, де $\theta_{cr}(n)$ – нуль відповідної функції, проте за межами цього проміжку швидко зростає. Тому при $n = 16..1024$ необхідно розглядати модифіковану функцію [2]

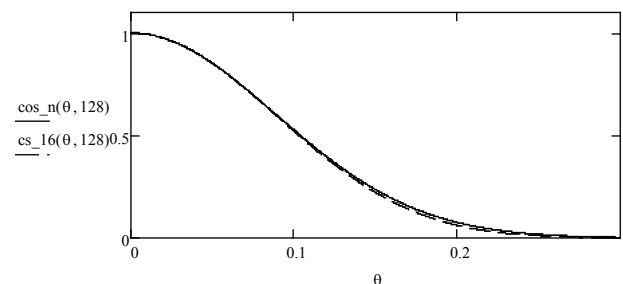


Рис. 3. Графіки функцій: $\cos^n \theta$, та $cs_{16}(\theta, n)$ при $n = 128$.

$$cs_{16}(\theta, n) = \begin{cases} \left(\frac{n}{16}(\cos \theta - 1) + 1\right)^{16}, & \theta \in [0; \theta_{cr}(n)], \\ 0, & \theta \in (\theta_{cr}(n); \pi/2]. \end{cases} \quad (1)$$

Точне значення $\theta_{cr}(n) = \arccos((n-16)/n)$, апроксимуємо більш простим: $\theta_{cr}(n) = 6/\sqrt{n}$. Підтверджено, що при $n = 16..1024$ ця апроксимація викликає незначні збурення похибки $\Delta(\theta, n) = \cos^n \theta - cs_{16}(\theta, n)$, які є меншими по порядку ніж сама похибка, обчислена при точному значенні $\theta_{cr}(n)$. Так, для функції (1) $\max_{n=16..1024} (\Delta(\theta, n)) = 1.7 \cdot 10^{-2}$, $\min_{n=16..1024} (\Delta(\theta, n)) = -9.7 \cdot 10^{-3}$; графік зміни похибки $\Delta(\theta, n)$ проілюстровано на рис. 4.

Для того, щоб ДФВЗ була енергетично коректною (закон збереження енергії), величина напів-

сферичної інтегральної відбивальної здатності поверхні повинна задовольняти умові [2, 4]:

$$\int_{\Omega} f_r(\omega, \omega_r) \cdot \cos \theta \cdot d\omega \leq 1.$$

Відповідно до закону збереження енергії, будемо шукати нормуючі коефіцієнти $coef$ для функції ДФВЗ виду (1) з умови максимізації енергії віддзеркаленого світла.

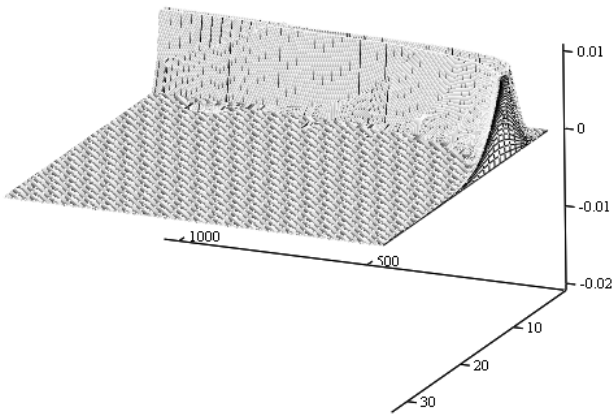


Рис. 4. Графік похибка $\Delta(\theta, n)$; осі: $n = 16..1024$, $20 \cdot \theta \in [0; 30]$

Введемо позначення. Нехай L, R, N, H – одиничні вектори: L – вектор падаючого світла, R – вектор дзеркального відбиття, N – вектор нормалі, H – halfway vector, $\cos \theta = N \cdot L = R \cdot L$, $\cos \theta/2 = N \cdot H = \cos \alpha$. При переході до сферичних координат отримаємо $d\omega = \sin \theta \cdot d\varphi \cdot d\theta$.

Розглянемо модель Фонга [1; 5] У цьому випадку енергетична коректність ДФВЗ вимагає виконання умови:

$$coef(n) \cdot \int_{\Omega} (R \cdot L)^n \cdot d\omega = 1.$$

Замінімо у останньому інтегралі $(R \cdot L)^n = \cos^n \theta$ модельною ДФВЗ $cs_{16}(\theta, n)$ (1) і перейдемо до сферичних координат.

$$coef(n) \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} cs_{16}(\theta, n) \cdot \sin \theta \cdot d\theta d\varphi = 1,$$

врахувавши, що функція (1) відмінна від нуля лише при $\theta \in [0; \theta_{cr}(n)] \subset [0; \pi/2]$, $\theta_{cr}(n) = 6/\sqrt{n}$, отримаємо:

$$\begin{aligned} coef(n) \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_{cr}(n)} \left(\frac{n}{16} (\cos \theta - 1) + 1 \right)^{16} \cdot \sin \theta \cdot d\theta d\varphi = \\ = coef(n) \cdot 2\pi \int_0^{\theta_{cr}(n)} \left(\frac{n}{16} (\cos \theta - 1) + 1 \right)^{16} \sin \theta \cdot d\theta = coef(n) \cdot 2\pi \cdot Int(n). \end{aligned}$$

Отже, рівняння для визначення нормуючого коефіцієнта:

$$coef(n) \cdot 2\pi \cdot Int(n) = 1, \quad (3)$$

де множник

$$Int(n) = \int_0^{\theta_{cr}(n)} \left(\frac{n}{16} (\cos \theta - 1) + 1 \right)^{16} \sin \theta \cdot d\theta$$

нелінійно залежить від n . Для визначення $coef(n)$, обчислимо $Int(n)$ при $n = 16..1024$ (чисельно) і знайдемо за методом найменших квадратів такий $coef(n)$, що добре наближає рівняння (3) і легко обчислюється. В результаті оптимізації отримано $coef(n) = 1.063n/(2\pi)$. Графік зміни похибки $res(n) = |2\pi \cdot coef(n) \cdot Int(n) - 1|$, $\max_{n=16..1024} res(n) = 4.7 \cdot 10^{-4}$ зображена на рис. 5.

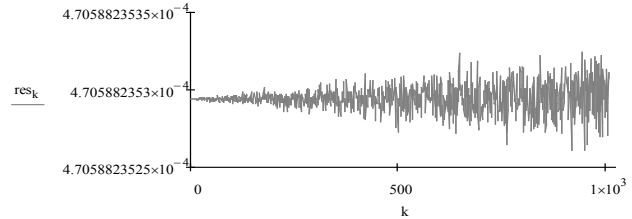


Рис. 5. Графік зміни похибки

$$res(k) = |2\pi \cdot coef(k) \cdot Int(k) - 1|, \quad k = 16..1024$$

Розглянемо модифіковану модель Фонга. У цьому випадку енергетична коректність ДФВЗ вимагає виконання умови консервації енергії [7]:

$$coef(n) \cdot \int_{\Omega} (R \cdot L)^n (N \cdot L) \cdot d\omega = 1.$$

Замінивши у останньому інтегралі ДФВЗ $(R \cdot L)^n = \cos^n \theta$ модельною ДФВЗ (1), і враховуючи, що $(N \cdot L) = \cos \theta$, перейдемо до сферичних координат

$$coef(n) \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} cs_{16}(\theta, n) \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta \cdot d\theta d\varphi = 1,$$

так як функція (1) відмінна від нуля лише при $\theta \in [0; \theta_{cr}(n)] \subset [0; \pi/2]$, $\theta_{cr}(n) = 6/\sqrt{n}$, то:

$$\begin{aligned} coef(n) \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_{cr}(n)} \left(\frac{n}{16} (\cos \theta - 1) + 1 \right)^{16} \cos \theta \cdot \sin \theta \cdot d\theta d\varphi = \\ = coef(n) \cdot 2\pi \int_0^{\theta_{cr}(n)} \left(\frac{n}{16} (\cos \theta - 1) + 1 \right)^{16} \cos \theta \cdot \sin \theta \cdot d\theta = 2\pi \cdot coef(n) \cdot Int(n). \end{aligned}$$

Рівнянням для визначення нормуючого коефіцієнта є рівняння (3). За методикою, розглянутою раніше, знаходимо $coef(n) = (1.063n + 1)/(2\pi)$, $n = 16..1024$. Похибка $res(n) = |2\pi \cdot coef(n) \cdot Int(n) - 1|$, $\max_{n=16..1024} res(n) = 1.3 \cdot 10^{-3}$.

Розглянемо модель Блінна-Фонга. Енергетична коректність ДФВЗ вимагає виконання умови [6]:

$$coef(n) \cdot \int_{\Omega} (N \cdot H)^n \cdot d\omega = 1.$$

Замінімо $(N \cdot H)^n = \cos^n(\theta/2)$ модельною ДФВЗ (1): $\left(\frac{n}{16} (\cos(\theta/2) - 1) + 1 \right)^{16}$ і перейдемо до сферичних координат

$$coef(n) \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} cs_{-16}(\theta/2, n) \cdot \sin \theta \cdot d\theta d\varphi = 1,$$

врахувавши, що функція (1) відмінна від нуля лише при $\theta \in [0; \theta_{cr}(n)] \subset [0; \pi/2]$, $\theta_{cr}(n) = 6/\sqrt{n}$, отримаємо:

$$coef(n) \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_{cr}(n)} \left(\frac{n}{16} (\cos \theta/2 - 1) + 1 \right)^{16} \sin \theta \cdot d\theta d\varphi =$$

$$= coef(n) \cdot 2\pi \int_0^{\theta_{cr}(n)} \left(\frac{n}{16} (\cos \theta/2 - 1) + 1 \right)^{16} \sin \theta \cdot d\theta = 2\pi \cdot coef(n) \cdot Int(n).$$

Рівнянням для визначення нормуючого коефіцієнта є рівняння (3). За методикою, розглянутою раніше, знаходимо $coef(n) = (1.068n + 0.96)/(8\pi)$, $n = 16..1024$. Похибка $res(n) = |2\pi \cdot coef(n) \cdot Int(n) - 1|$, $\max_{n=16..1024} res(n) = 1.5 \cdot 10^{-3}$.

Розглянемо модифіковану модель Блінна-Фонга Енергетична коректність ДФВЗ вимагає виконання умови [4]:

$$coef(n) \cdot \int_{\Omega} (N \cdot H)^n (N \cdot L) \cdot d\omega = 1.$$

Замінімо у останньому інтегралі $(N \cdot H)^n = \cos^n(\theta/2)$ модельною ДФВЗ (1): $\left(\frac{n}{16} (\cos(\theta/2) - 1) + 1 \right)^{16}$, $(N \cdot L) = \cos \theta$ і перейдемо до сферичних координат.

$$coef(n) \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} cs_{-16}(\theta/2, n) \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta \cdot d\theta d\varphi = 1,$$

врахувавши, що функція (1) відмінна від нуля лише при $\theta \in [0; \theta_{cr}(n)] \subset [0; \pi/2]$, $\theta_{cr}(n) = 6/\sqrt{n}$, отримаємо:

$$coef(n) \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_{cr}(n)} \left(\frac{n}{16} (\cos \theta/2 - 1) + 1 \right)^{16} \cos \theta \cdot \sin \theta \cdot d\theta d\varphi =$$

$$= coef(n) \cdot 2\pi \int_0^{\theta_{cr}(n)} \left(\frac{n}{16} (\cos \theta/2 - 1) + 1 \right)^{16} \cos \theta \cdot \sin \theta \cdot d\theta = 2\pi \cdot coef(n) \cdot Int(n).$$

Рівнянням для визначення нормуючого коефіцієнта є рівняння (3). За методикою, розглянутою раніше, знаходимо $coef(n) = (1.027n + 4.8)/(8\pi)$, $n = 16..1024$. Похибка $res(n) = |2\pi \cdot coef(n) \cdot Int(n) - 1|$, $\max_{n=16..1024} res(n) = 9.5 \cdot 10^{-3}$.

Розглянемо модель Блінна-Фонга (NDF). У цьому випадку енергетична коректність ДФВЗ вимагає виконання умови [4, 5]:

$$coef(n) \cdot \int_{\Omega} (N \cdot H)^n \cdot d\omega = 1.$$

Замінімо $(\vec{N} \cdot \vec{H}) = \cos^n \alpha$ модельною ДФВЗ (1): $\left(\frac{n}{16} (\cos \theta - 1) + 1 \right)^{16}$ і перейдемо до сферичних координат: $d\omega = \sin \beta \cdot d\varphi \cdot d\alpha$.

$$coef(n) \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_{cr}(n)} \left(\frac{n}{16} (\cos \alpha - 1) + 1 \right)^{16} \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha d\varphi = 1.$$

Ця задача цілком аналогічна задачі визначення нормуючого множника у моделі Фонга, тому $coef_1(n) = 1.063n/(2\pi)$, $n = 16..1024$.

Розглянемо модель Блінна-Фонга з розподілом по висоті (heightfield). У цьому випадку енергетична коректність ДФВЗ вимагає виконання умови [8]:

$$coef(n) \cdot \int_{\Omega} \cos^n \alpha \cdot \cos \alpha \cdot d\omega = 1.$$

Ця умова нормалізації повторює модифіковану нормалізацію Фонга (RDF), а отже, нормалізуючі множники ті самі $coef(n) = (1.063n + 1)/(2\pi)$, $n = 16..1024$.

Зведемо отримані нормуючі коефіцієнти у таблицю.

Висновки. Розроблені моделі відбивної здатності поверхні є точнішими порівняно з класичними за рахунок фізичної коректності. Вони можуть бути використані в системах високореалістичної комп'ютерної графіки.

Модель/підінтегральний вираз	Нормалізуючий коефіцієнт $coef(n)$	
	на основі ДФВЗ Фонга $\cos^n \theta$	на основі ДФВЗ (1)
Phong (RDF)/ $\cos^n \theta \cdot \sin \theta$	$\frac{n+1}{2\pi}$	$\frac{1.063n}{2\pi}$
Phong (modified) (RDF)/ $\cos^n \theta \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta$	$\frac{n+2}{2\pi}$	$\frac{1.063n+1}{2\pi}$
Blinn-Phong (RDF)/ $\cos^n \theta/2 \cdot \sin \theta$	$\frac{n+2}{8\pi} < \frac{n+2}{4\pi(2-2^{-n/2})} < \frac{n+4}{8\pi}$	$\frac{1.068n+0.96}{8\pi}$
Blinn-Phong (modified) (RDF)/ $\cos^n \theta/2 \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta$	$\frac{n+6}{8\pi} < \frac{(n+2)(n+4)}{4\pi(2^{-n/2}+n)} < \frac{n+8}{8\pi}$	$\frac{1.027n+4.8}{8\pi}$
Blinn-Phong (NDF)/ $\cos^n \alpha \cdot \sin \alpha$	$\frac{n+1}{2\pi}$	$\frac{1.063n}{2\pi}$
Blinn-Phong (heightfield)/ $\cos^n \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha$	$\frac{n+2}{2\pi}$	$\frac{1.063n+1}{2\pi}$

Список літератури:

1. Романюк О.Н., Чорний А.В. Високопродуктивні методи та засоби зафарбовування тривимірних графічних об'єктів : монографія. Вінниця : УНІВЕСУМ-Вінниця, 2006. 190 с.
2. Romanyuk A.N., Lyashenko Y.L., Melnik A.V., Goncharuk A.P. Effective Models for the Specular Color Constituent. *Journal Of Computer Science And Engineering*. 2010. Vol. 2. Issue 2. P. 25–29.
3. Романюк С.О., Павлов С.В., Довгалюк Р.Ю. Підвищення фізичної коректності дистрибутивної функції відбивної здатності поверхні. *Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах*. 2014. № 4. С. 201–204.
4. Akenine-Moller T., Haines E., Hoffman N. Real-Time Rendering. CRC Press, 2018. 1196 p.
5. Херн Д., Бейкер М. Компьютерная графика и стандарт OpenGL. Москва : Издательский дом «Вильямс», 2005. 1168 с.
6. Kelemen and Szirmay-Kalos. A Microfacet Based Coupled Specular-Matte BRDF Model with Importance Sampling. *Eurographics*. 2001. URL: <http://www.fsz.bme.hu/~szirmay/scook.pdf> (дата звернення: 19.03.2019).
7. Lafortune E.P and Willems Y.D. Using the modified Phong reflectance model for physically based rendering. *Technical Report CW 197*. 1994. 18 p.
8. Yoshiharu Gotanda. Practical Implementation of Physically-Based Shading Models at tri-Ace. SIGGRAPH. 2010. URL: <http://renderwonk.com/publications/s2010-shading-course> (дата звернення: 19.03.2019).

**МОДЕЛИРОВАНИЕ СПЕКУЛЯРНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ЦВЕТА
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭНЕРГЕТИЧНО-КОРРЕКТНЫХ МОДЕЛЕЙ
ОТРАЖАТЕЛЬНЫХ СПОСОБНОСТЕЙ ПОВЕРХНОСТЕЙ**

В статье разработаны новые модели отражательной способности поверхностей. Предложенные модели соответствуют принципу симметричности Гельмгольца и закону сохранения энергии. Это обеспечивает реалистичнее воспроизведение specularной составляющей цвета при воспроизведении трехмерных объектов. Получены аналитические зависимости для нормализующих коэффициентов. Разработанные модели имеют простую аппаратную реализацию и могут быть использованы в компьютерных системах фотореалистичной графики.

Ключевые слова: рендеринг, модель освещения, закраска, дистрибутивная функция отражательной способности поверхности, модель Фонга, модель Блина.

**MODELING OF A SPECULAR COMPOSITE COLOR BY USING
ENERGY-CORRECT MODELS OF REFLECTIVE SURFACTIVENESS PROPERTIES**

The article develops new models of reflectivity of surfaces. The proposed models satisfy the Helmholtz symmetry principle and the conservation law of energy. This provides a more realistic reproduction of the specular component of color when reproducing three-dimensional objects. Analytical dependences for normalizing coefficients are obtained. The developed models have a simple hardware implementation and can be used in computer systems of photorealistic graphics.

Key words: rendering, model of illumination, shading, distributive function of surface reflectivity, Fong model, Blinn model.