

МЕТАЛУРГІЯ

УДК 621.74:669

DOI <https://doi.org/10.32782/2663-5941/2022.5/35>

Босий М.В.

Центральноукраїнський національний технічний університет

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗАТВЕРДІВАННЯ ТА ОХОЛОДЖЕННЯ АЛЮМІНІЄВОГО СПЛАВУ ПРИ ІНТЕНСИВНОМУ ТЕПЛООБМІНІ

Показано, що особливо актуальною проблемою є дослідження термічного режиму затвердіння та охолодження алюмінієвого виливка при інтенсивному теплообміні. У статті розглядається модель затвердіння та охолодження алюмінієвого сплаву при інтенсивному теплообміні в залежності від умов відведення теплоти через металеву форму, а також теплообміну з навколишнім середовищем і описується диференціальними рівняннями теплопровідності Фур'є. Процес теплообміну в межах форми, по-перше, залежить від умов теплопередачі теплопровідністю і, по-друге, від теплопередачі із зовнішньої поверхні, яка відбувається природною конвекцією. Тому, необхідно оцінити швидкості охолодження по перетину сплаву, що затвердіває, визначити необхідні умови теплообміну на границі між сплавом і формою та вплив цих умов на процес затвердіння. Підбір матеріалів, розмір і умови охолодження та форми, які забезпечують необхідні швидкості охолодження та затвердіння сплаву визначаються теплопереносом, як по виливку, так і по формі, фазовим переходом в процесі затвердіння, фізичними властивостями сплаву, який затвердіває, і форми, розмірами, початковими та граничними умовами. Найкращим методом вирішення цих питань є створення фізико-математичної моделі, яка б описувала фізичне протікання процесів теплопереносу та затвердіння з швидкістю охолодження в період формування структури сплаву. Отже, актуальним питанням на даний час є математичне моделювання процесу затвердіння та охолодження алюмінієвого сплаву при інтенсивному теплообміні. Поставлена задача розв'язується визначенням швидкості охолодження алюмінієвого сплаву в процесі затвердіння при перетині температури ліквідуса та інтенсивному відводі теплоти з його поверхні. Вирішення даного завдання необхідно для визначення технологічних режимів, граничних і початкових умов, при яких можуть бути отримані нові сплави з мікрокристалічними структурами. Наведено необхідні кінцево-різницеві рівняння, описаний алгоритм з використанням відомих експериментальних даних, проведено тестування наведеної моделі. Розглянуто вплив розмірів виливка і коефіцієнта теплопередачі на швидкість охолодження алюмінієвого сплаву при температурі ліквідусу.

Ключові слова: модель затвердіння, охолодження алюмінієвого сплаву, швидкість охолодження, коефіцієнт теплопередачі, метод кінцевих різниць.

Постановка проблеми. Лиття є найпоширенішим і найпростішим методом отримання готових деталей із сплавів. В залежності від складових виливка та режимів його охолодження можна отримати продукт різної якості та структури. Якість виливка залежить від багатьох факторів. Наприклад, при нагріванні та змішуванні різних сплавів властивості сплаву змінюються. При правильному підборі пропорцій домішок можна отримати сплав певної якості. Для цього потрібно знати, які хімічні перетворення відбуваються при змішуванні різних компонентів сплаву, а також повинні володіти інформацією про режими охолодження заданого сплаву, адже різні домішки реа-

гують по-різному на певні режими охолодження, внаслідок чого можна отримати виливок різної міцності та якості [1].

Процес виробництва виливків можна умовно поділити на два етапи. Перший етап: рідкий сплав із ковша розливається у форми. Другий етап отримання виливка – це затвердіння рідкого сплаву в формі. На цьому етапі важливо отримати однорідний за хімічним складом, механічними і фізичними властивостями сплав [1].

Формування структури відбувається в двофазній зоні, яка являє собою гетерогенну зону із ростом кристалів з оточуючим розплавом металу. Середній розмір кристалів прямопропорційний

ширині цієї зони, яка в свою чергу зворотньопропорційна відведеному потоку теплоти. Теплофізичні явища, які відбуваються в двофазній зоні включають процеси тепломасопереносу, фільтрації розплаву в міждендритному просторі та формування кристалів сплаву [2].

Представимо, що теплота кристалізації виділяється в середині інтервалу кристалізації, який обмежено рівноважними значеннями температур ліквідуса і солідуса, які відповідають початковому вмісту розчиненої домішки в розплаві, а швидкість кристалізації знаходять із рівноважної діаграми стану сплаву [2].

Процес формування виливка складається з фізико-хімічних явищ. Основу цього процесу складає затвердіння сплаву, що супроводжується переходом розплаву з рідкого стану в твердий. Найбільш ефективно процес твердіння сплаву може бути вивчений шляхом розгляду умов теплообміну між виливком і формою. Умови охолодження виливка зв'язують параметри підготовчого етапу технологічного процесу з основними параметрами процесу формування виливка, а отже, і з його якісними характеристиками. Методи дослідження кристалізації виливків поділяються на експериментальні і теоретичні. Найбільш розповсюдженим і, в той же час, точним експериментальним методом є метод виміру температури в об'ємі виливка за допомогою термопар. Цей метод дає можливість скласти повне уявлення про термічний режим затвердіння виливка. Однак його застосування можливе, але зі значними труднощами. Поряд з цим практикується метод вимірювання товщини (кірки) сплаву, який затвердів. Товщина (кірка) сплаву, яка затвердіває може бути визначена методом «обмацування», тобто періодичним зануренням зверху в розплав виливка щупу. По положенню щупа щодо нерухомої форми судять про товщину твердої кірки у даний момент часу. Теоретичні методи дослідження поділяються на аналітичні методи і методи моделювання. При аналітичному вивченні поставленої задачі складаються необхідні диференціальні рівняння, а потім знаходяться їх рішення. Отримані формули зв'язують між собою відповідні параметри процесу затвердіння виливка. Методи моделювання базуються на вивченні, наприклад, затвердіння виливка. З усіх теоретичних методів найбільший інтерес представляє аналітичний метод дослідження, тому що його кінцевим результатом є розрахункові формули, що можуть бути ефективно застосовані для вибору технологічного процесу лиття [2-4, 6].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В таких роботах [4-7] відомо, що структура

литого виробу залежить від характеру протікання процесу затвердіння, коли закладаються основні фізико-хімічні властивості виливка. Формування макроструктури виливка визначається технологічними режимами заливки і охолодження розплаву металу в формі, а також конструктивні особливості виробу. Оскільки експериментальні дослідження процесів затвердіння виливків трудомісткі, вартісні, то широке розповсюдження отримали методи математичного моделювання з використанням комп'ютерної технології і чисельних методів розв'язку [8-11].

В роботі [11] вивчена конвекція в рідкому розплаві металу і при утворенні литої структури. Модель заснована на кристалізації багатокомпонентного сплаву з врахуванням конвекції, з розв'язком рівнянь, які описують процес тепломасопереносу в твердій, твердорідкій і рідкій фазах. Досліджено вплив вільної конвекції на температурні поля в розплаві металу і якість литої структури при затвердінні (кристалізації) великого зливка.

В статті [12] наведені результати аналізу процесів термо- та масопереносу в розплаві металу, який перебуває в рідко-твердому стані. Представлені результати експериментальних досліджень, що свідчать про фрактальний характер затвердіння притаманній більшості ливарних сплавів. Наведений математичний апарат опису процесу затвердіння з позиції тепло- та масопереносу в двофазній зоні та дифузії у фрактальних середовищах.

Приведена також математична модель затвердіння виливків в піщаній формі і алгоритм розрахунку нестационарних температурних полів в системі виливок-форма-зовнішнє середовище [13].

У процесі затвердіння формується первинна структура сплаву, яка визначає його механічні властивості. При цьому важливе значення має швидкість охолодження в процесі затвердіння. У разі низької швидкості відбувається формування монокристалічної структури сплаву, з підвищенням швидкості спостерігається подрібнення структури і підвищення механічних властивостей [14-17].

Натепер сучасний рівень розвитку технологій дозволяє забезпечувати високі швидкості охолодження при затвердінні і формуванні мікроструктур одночасно з формоутворенням виробів, наприклад з використанням способу лиття під тиском. Процес лиття під тиском полягає в заливанні розплавленого металу в камеру стискування (пресування) ливарної машини і наступному

виштовхуванні його через ливникову систему в порожнину металевої форми, яка заповнюється під тиском. Заповнення порожнини відбувається при високій швидкості впуску розплаву металу. У момент закінчення заповнення форми рух розплаву металу миттєво припиняється. Тиск, який миттєво зростає, притискає метал до робочої поверхні прес-форми та сприяє чіткому формуванню конфігурації виливка. У результаті отримуються точні і з гладкою поверхнею виливки. Крім того, завдяки тісному контакту між прес-формою і виливком зростає інтенсивність теплообміну, яка призводить до прискорення затвердіння виливка. Внаслідок гідравлічного удару поверхневий шар (0,02...0,2 мм) виливка отримується щільним, без газової пористості, бульбашки газу залишаються у внутрішніх шарах виливка або у розчині, що зменшує пористість та підвищує її міцність.

Цим методом можна по-перше мінімізувати за часом процес теплообміну між металом і формою до закінчення її заповнення за рахунок високої швидкості переміщення металу пресуючим поршнем. По-друге, процес дозволяє забезпечити щільний контакт між розплавленим металом і формою по закінченню заповнення за рахунок гідравлічного удару. Щільний контакт зменшує термічний опір на границі метал-форма, збільшує інтенсивність теплообміну і підвищує швидкість охолодження затвердіння металу.

З наведеного вище матеріалу зрозуміло, що для визначення умов формування мікрокристалічної структури лиття під тиском необхідно оцінити швидкості охолодження по перетину металу, який затвердіває. Визначити необхідні умови теплообміну на границі між металом і формою та вплив їх на процес затвердіння. А також підбір матеріалів, розмір і умови охолодження форми, які забезпечують необхідні швидкості охолодження затвердіння металу і визначаються теплореносом, як по виливку, так і по формі, фазовим переходом в процесі затвердіння, фізичними властивостями металу, який затвердіває і форми, розмірами, початковими і граничними умовами. Натепер найкращим методом вирішення цих питань є створення фізико-математичної моделі, яка б описувала фізичне протікання процесів теплопереносу та затвердіння з швидкістю охолодження в період формування структури металу.

Постановка завдання. Метою статті є математичне моделювання процесу затвердіння та охолодження алюмінієвого сплаву при інтенсивному теплообміні.

Виклад основного матеріалу дослідження.

Рідкий алюмінієвий сплав, який заливають у металеву форму поступово втрачає надлишок теплоти що міститься в ньому, він поступово затвердіває і охолоджується. Теплота від виливка відводиться в форму і через неї в навколишнє середовище. Режим відведення теплоти, особливо в період затвердіння виливка, має дуже велике значення, він впливає на формування структури сплаву, що кристалізується, на його щільність і однорідність. Затвердіння виливка відбувається не відразу по всьому його перетину; воно починається в поверхневому шарі, потім переходить в глибинні шари і закінчується в підживлювачі або, в разі його відсутності, в зонах, які є термічними центрами виливка. При затвердінні чистих металів або евтектичних сплавів утворюється і переміщується фронт кристалізації, що відокремлює твердий метал від рідкого. У виливках, виготовлених зі сплаву, який кристалізується в інтервалі температур затвердіння відбувається в перехідній двофазній області, яка теж поступово переміщується від периферії виливка до центру. За інших рівних умов ширина перехідної області тим більша, чим більша різниця між температурами ліквідуса і солідуса сплаву, що заливається. Разом з тим ширина цієї області залежить також від перепаду температур по перетину виливка. Ці фактори безпосередньо впливають на формування структури сплаву, який кристалізується [2, 3].

Для того, щоб управляти процесом затвердіння виливка і забезпечити розвиток в сплаві оптимальної структури, необхідно, по-перше, використовувати закони кристалізації і, по-друге, навчитися регулювати теплообмін між металом і формою.

Розглянемо математичне моделювання процесу затвердіння та охолодження алюмінієвого сплаву при інтенсивному теплообміні із застосуванням диференціальних рівнянь теплопровідності Фур'є та чисельних методів розв'язку.

Так, як високі швидкості охолодження спостерігаються тільки в тонкостінних виливках, тому розглянемо модель процесу одновимірного теплообміну при затвердінні виливка. Схема моделі затвердіння та охолодження алюмінієвого сплаву наведена на рис. 1.

Математична модель теплопереносу процесу затвердіння та охолодження алюмінієвого сплаву при інтенсивному теплообміні описується диференціальними рівняннями теплопровідності Фур'є [1-3,18,20-22]:

$$\text{для рідкого розплаву: } \frac{\partial T_1}{\partial \tau} = a_1 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T_1}{\partial x} \right), \\ 0 \leq x \leq x_1(t), T_1 \geq T_l, (1)$$

для розплаву в двофазній зоні:

$$\frac{\partial T_{2,3}}{\partial \tau} = a_{2,3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T_{2,3}}{\partial x} \right) + \frac{L\rho_3}{c_2\rho_2} \frac{\partial \psi}{\partial \tau}$$

$$x_1(t) \leq x \leq x_{2,3}(t), T_s \leq T_{2,3} \leq T_l, \quad (2)$$

для твердої кірки:

$$\frac{\partial T_4}{\partial \tau} = a_4 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T_4}{\partial x} \right),$$

$$x_{2,3}(t) \leq x \leq x_4(t), T_4 \leq T_s, \quad (3)$$

для металеві форми:

$$\frac{\partial T_5}{\partial \tau} = a_5 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T_5}{\partial x} \right),$$

$$x_4(t) \leq x \leq x_5(t), T_5 \leq T_4, \quad (4)$$

де $T_1(x,t)$, $T_{2,3}(x,t)$, $T_4(x,t)$, $T_5(x,t)$ – температурне поле в рідкому розплаві, двофазній зоні (рідкий метал і метал, який затвердіває), твердій зоні (тверда кірка), металевій формі; $a_1, a_{2,3}, a_4, a_5$ – температуропровідність для рідкого розплаву металу, розплаву металу в двофазній зоні, твердій зоні, в металевій формі; L – питома теплота кристалізації; $\partial\psi/\partial\tau$ – швидкість виділення твердої фази; ψ – відносна кількість твердої фази при затвердінні металу ($0 \leq \psi \leq 1$); T_l, T_s – температури: поточна, ліквідус, солідус; $x_0(t)$ – відстань від площини симетрії виливка до його поверхні.

Початкові умови:

Температури рідкого металу, кристалізації металу, твердого металу і форми приймаються сталими:

$$\left. \begin{aligned} T_1(x_1, t) &= T_p = \text{const} \\ T_{2,3}(x_{2,3}, t) &= T_{кр} = \text{const} \\ T_4(x_4, t) &= T_o = \text{const} \\ T_5(x_5, t) &= T_\phi = \text{const} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Граничні умови:

Тепловий потік по площині симетрії відсутній:

$$\lambda_1 \partial T(0, \tau) / \partial x = 0. \quad (6)$$

Теплообмін на границі між виливком і формою визначається коефіцієнтом теплопередачі контактного термічного опору і тепловим потоком від виливка в форму. Теплоємність термічного опору не враховується:

$$-\lambda_4 \partial T(x_o, \tau) / \partial x = \lambda_5 \partial T(x_o + \delta_3, \tau) / \partial x = k_3 (T(x_o, \tau) - T(x_o + \delta_3, \tau)), \quad (7)$$

де λ_4 і λ_5 – теплопровідність твердого металу і матеріалу форми; $k_3 = \lambda_3 / \delta_3$ – коефіцієнт теплопередачі контактного термічного опору (захисного покриття форми); λ_3 – теплопровідність покриття; δ_3 – товщина покриття.

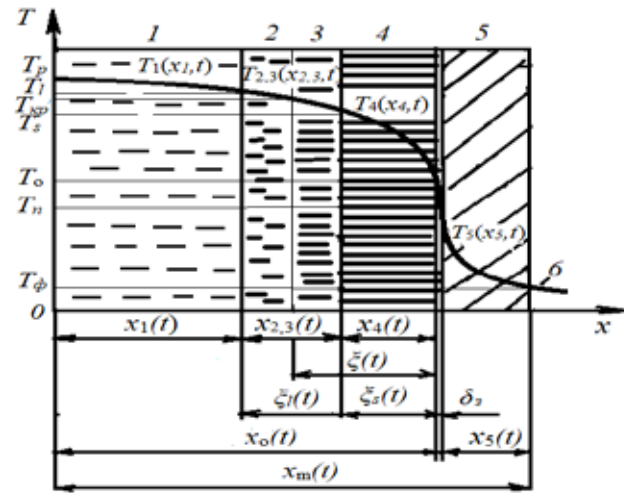


Рис. 1. Схема моделі затвердіння та охолодження алюмінієвого сплаву

1 – рідка фаза металу; 2,3 – двофазна зона (рідкий і твердий метал); 4 – тверда фаза металу; 5 – форма; 6 – розподіл температури по затвердінню металу і по формі; $T_p, T_l, T_s, T_o, T_n, T_\phi$ – температури: рідкого металу, ліквідус, солідус, твердого металу, поверхні форми в середині та поверхні форми з зовні; $x_1(t)$ – координата фронту рідкого металу; $x_{2,3}(t)$ – координата фронту рідкого металу і металу, який затвердіває (двофазна зона виливка); $x_4(t)$ – координата фронту твердого металу; $x_5(t)$ – координата фронту форми; $x_0(t)$ – відстань від площини симетрії виливка до його поверхні; $x_m(t)$ – відстань від площини симетрії виливка до зовнішньої поверхні форми; δ_3 – (зазор) товщина контактної термічної опору; $\xi_l(t)$ – фронт ліквідуса (початок затвердіння металу); $\xi_s(t)$ – фронт солідуса (кінець затвердіння металу); $\zeta(t)$ – товщина металу, який затвердіває

Відведення теплоти з зовнішньої поверхні форми не враховується:

$$\lambda_5 \partial T(x_m, \tau) / \partial x = 0. \quad (8)$$

Розв'язок задачі виконуємо методом кінцевих різниць. Реальні розміри виливка і форми можна порівняти, тому використовуємо одновимірну сітку і явну кінцево-різницеву схему з першим порядком апроксимації за часом і з другим порядком по простору $O(\Delta\tau + \Delta x^2)$ [2,4,13,19-22], де $\Delta\tau, \Delta x$ – крок за часом і крок за простором. Якщо виливок має площину симетрії, температура на наступному кроці за часом розраховується за формулою:

$$T_i^{j+1} = T_i^j + \frac{\Delta\tau}{\Delta x^2} [a_{i+1} (T_{i+1}^j - T_i^j) - a_{i-1} (T_i^j - T_{i-1}^j)], \quad (9)$$

де T_i^{j+1} – температура на черговому часовому і поточному просторовому вузлі; $T_{i+1}^j, T_i^j, T_{i-1}^j$ – температура на попередньому, поточному і наступному просторових вузлах; i, j – поточні вузли за простором і часом.

Якщо виливок має вісь симетрії, використовується формула

$$T_i^{j+1} = T_i^j + \frac{\Delta\tau}{\Delta x^2} \left[a_{i+1} (i+0,5)(T_{i+1}^j - T_i^j) - a_{i-1} (i-0,5)(T_i^j - T_{i-1}^j) \right]. \quad (10)$$

За умовою відсутності теплового потоку на поверхні симетрії виливка і на зовнішній поверхні форми $T_{i-1} = T_{i+1}$ звичайні різницеві рівняння для цих вузлів мають наступний вигляд:

для площини симетрії виливка

$$T_i^{j+1} = T_i^j + \frac{2\Delta\tau}{\Delta x^2} a_i (T_{i+1}^j - T_i^j), \quad (11)$$

для зовнішньої поверхні форми

$$T_i^{j+1} = T_i^j + \frac{2\Delta\tau}{\Delta x^2} a_i (T_{i-1}^j - T_i^j). \quad (12)$$

Граничні умови розраховуються за такими кінцево-різницеvim рівняннями [2, 4, 13, 19]:

для зовнішньої поверхні виливка

$$T_i^{j+1} = T_i^j + \frac{2\Delta\tau a_{i-1}}{\Delta x^2} \left[(T_{i-1}^j - T_i^j) + \frac{a_3}{\Delta x \lambda_{i+1}} T_{i+1}^j - T_i^j \right], \quad (13)$$

для внутрішньої поверхні форми

$$T_i^{j+1} = T_i^j + \frac{2\Delta\tau a_{i+1}}{\Delta x^2} \left[(T_{i+1}^j - T_i^j) + \frac{a_3}{\Delta x \lambda_{i+1}} T_{i-1}^j - T_i^j \right]. \quad (14)$$

Максимально допустимий крок за часом розраховується за умовою стійкості [2, 4, 20-22]: $\Delta t < \Delta x^2 / (2a)$.

Виділення теплоти кристалізації враховується з використанням схеми компенсації [23]. Особливістю моделі є формування шару (масиву значень вузлів), що містить відносна кількість виділеної твердої фази ψ . Цей масив формується таким чином. Для чергового «тимчасового» шару розраховуються температури вузлів виливка і форми відповідно до представлених вище звичайних різницеvих рівнянь. Потім у вузлах, які досягли температури ліквідуса, виконується перевірка: затвердів вузол чи ні.

Якщо вузол не затвердів (частка твердої фази менше одиниці), визначається різниця температур між поточним і наступним тимчасовим шаром $\Delta T_{ш} = T_i^j - T_i^{j+1}$. Потім розраховується приріст відносної кількості твердої фази в період між «поточним» і «наступним» тимчасовими шарами $\Delta\psi = c_{2,3} \Delta T_{ш} / L$. Далі розраховується реальний приріст температур ΔT_i для «чергового» шару з урахуванням виділення теплоти кристалізації $L_r = \Delta\psi \frac{d\psi}{dT}$, де $d\psi/dT$ – швидкість виділення твердої фази в інтервалі температур затвердіння; тобто, це швидкість кристалізації, яку можна визначати по

діаграмі стану сплаву, а в разі лінійної залежності її можна розрахувати за формулою $d\psi/dT = 1/(T_l - T_s)$.

Залишкова температура у вузлі, який знаходиться нижче температури ліквідуса та ще не затвердів ($\psi < 1$), дорівнює $T_i^{j+1} = T_i^j - \Delta T_r$. Тестування моделі проведено порівнянням з літературним джерелом [24], де наведені графіки зміни температури в центрі віссісиметричного виливка в процесі його затвердіння при литті з кристалізацією під тиском. В роботі [24] по різкому збільшенню швидкості охолодження після сталої ділянки при температурі затвердіння (збільшення швидкості обумовлено завершенням процесу виділення теплоти кристалізації) час затвердіння становить 19 с. Діаметр виливка 50 мм, висота 150 мм, матеріал – алюміній. З використанням моделі були отримані результати зміни температури в аналогічних умовах і досліджено вплив коефіцієнта теплопередачі термічного опору на зміну температур.

В роботі [25], встановлено, що при литті під тиском коефіцієнт теплопередачі k_3 може досягати $90 \cdot 10^3 - 119 \cdot 10^3$ Вт/(м²·К). В якості мінімального значення прийнято $k_3 = 1 \cdot 10^3$ Вт/(м²·К), що відповідає литтю в металеві форми з товщиною захисного покриття 0,5 мм. При моделюванні було прийнято, що температурний інтервал затвердіння сплаву дорівнює 2 К.

За допомогою наведеної моделі був виконаний детальний аналіз процесу теплообміну виливка зі сплаву на алюмінієвій основі, при затвердінні в сталевій формі і при умові інтенсивного теплообміну: $T_l = 654$ °С, $T_s = 643$ °С, $L = 390$ кДж/кг. Характерні розміри виливка: нижній діаметр – 35 мм, верхній діаметр – 55 мм, висота – 75 мм. Теплофізичні властивості для алюмінієвого сплаву; розплав, двофазна зона, тверда фаза наступні:

- теплопровідність – $\lambda = 85; 91,5; 102$; Вт/(м·К);
- теплоємність – $c = 1268; 1173; 1083$; Дж/кгК;
- густина – $\rho = 2225; 2300; 2550$; кг/м³.

Результати розрахунків і експериментальні дані наведені на рис. 2 і рис. 3 та в табл. 1, де 1,2,3,4,5 варіанти графіків, k_3 і вказано час до закінчення затвердіння виливка. Видно, що затвердіння відбувається за 16,7 с, якщо k_3 ближче до $4,7 \cdot 10^3$ Вт/(м²·К), що можна порівняти з експериментальними даними [24], де він дорівнює 19 с. Додатково було виконано порівняння результатів представлених розрахунків з результатами вимірів температур при литті під низьким тиском [26]. Діаметр виливка склав 50 мм, товщина форми 25 мм, k_3 змінювався в діапазоні $1,8 \div 2,3 \cdot 10^3$ Вт/(м²·К),

час затвердіння становить 27 с. Для порівняння з розрахунковими даними ці експериментальні дані внесені до табл. 1.

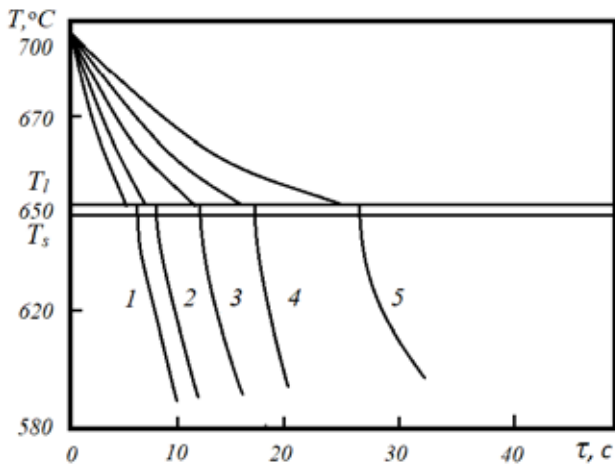


Рис. 2. Залежність зміни температур у виливку з алюмінієвого сплаву від часу до закінчення затвердіння

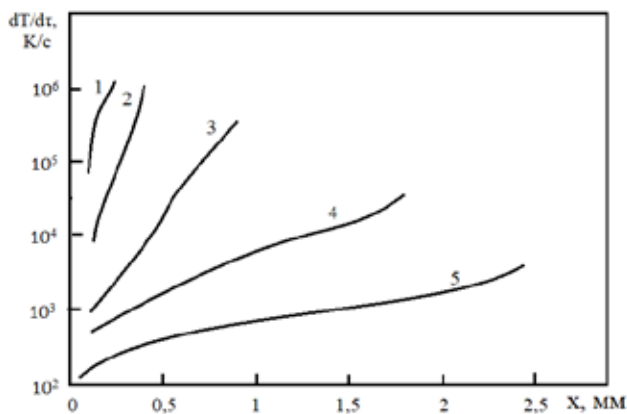


Рис. 3. Вплив відстані від площини симетрії виливка на швидкість охолодження при перетині температури ліквідуса

Значення параметрів в табл. 1 показують відповідність моделі, що використовується, реальному фізичному процесу і демонструють вплив k_3 на процес теплообміну.

Видно, що зміна k_3 в межах реальних значень збільшує час до закінчення затвердіння більш,

ніж в два рази. Слід зазначити, що використані для моделювання значення k_3 близькі до значень, отриманих в [27], де k_3 змінювався в процесі затвердіння від $3,4 \cdot 10^3$ до $0,9 \cdot 10^3$ Вт/(м²·К).

На рис. 2 графіки 1,2,3,4,5 відповідають швидкості охолодження для виливка, де 0,25, 0,5, 1, 1,5, 2 мм – відстані від площини симетрії до охолоджувальної поверхні виливка. Товщина форми в два рази більше товщини виливка. З рис. 2 видно, що в умовах швидкісного затвердіння: різниця в швидкостях охолодження по перетину виливка може відрізнятись майже в декілька разів і відповідно структура і механічні властивості сплаву будуть сильно відрізнятись по перетину; при відстані від площини симетрії до охолоджуваної поверхні понад 2 мм швидкості 10^4 недосяжні навіть на охолоджуваній поверхні. Це дозволяє вважати, що механічні властивості будуть покращені незначно; при відстані від площини симетрії до охолоджуваної поверхні до 1 мм включно можуть бути досягнуті швидкості охолодження, які перевищують 10^4 здебільшого по перетину виливка і досягають 10^6 на поверхні. Для цього діапазону товщини можливе отримання деталей з мікродисперсними структурами і поліпшеними механічними властивостями сплаву.

Більш детальна інформація може бути отримана тільки після проведення натурного експерименту з конкретним сплавом і порівняння розрахованої швидкості охолодження з механічними та структурними характеристиками.

Висновки

1. Використання наведеної моделі дозволяє розраховувати зміну температури з часом в будь-якій точці виливка і форми, визначити швидкість охолодження в процесі формування структури алюмінієвого сплаву, визначити швидкість переміщення руху твердої фази в просторі.

2. Виконано розрахунок теплопереносу методом кінцевих різниць, враховано виділення теплоти кристалізації схемою компенсації і розрахунок швидкості охолодження при перетині температури ліквідуса.

Таблиця 1

Порівняння розрахункових і експериментальних даних

Параметри	Варіанти графіків				
	1	2	3	4	5
Значення k_3 , 10^3 Вт/(м ² ·К)	95	40	8	4,7	2,5
Час до закінчення затвердіння, с	6,5	8,1	11,3	16,5	26,3
Час до закінчення затвердіння, с [24]				19	
Значення k_3 , 10^3 Вт/(м ² ·К) [26]					1,8-2,3
Час до закінчення затвердіння, с [26]					27

3. Оцінка точності результатів проводилася шляхом порівняння розрахункових значень зміни температури і швидкості охолодження виливка в формі з наявними експериментальними даними, що обґрунтовує достовірність отриманих результатів з задовільною точністю.

Список літератури:

1. Баландин Г.Ф. Основы теории формирования отливки: Учебник для вузов. М: Машиностроение. 1998. 360 с.
2. Баландин Г.Ф. Основы теории формирования отливки: учеб. пособие для вузов. Ч.1. Тепловые основы теории. Затвердевание и охлаждение отливки. М: Машиностроение. 1976. 327 с.
3. Баландин Г.Ф. Основы теории формирования отливки: учеб. пособие для вузов. Ч.2. Формирование макроскопического строения отливки. М: Машиностроение. 1976. 334 с.
4. Лейбензон В.О., Пілюшенко В.Л., Кондратенко В.М., Хричиков В.Є., Недопьокін Ф.В., Білоусов В.В., Дмитрієв Ю.В. Твердження металів і металевих композицій. Підручник. Київ: Науково-виробниче підприємство «Видавництво “Наукова думка” НАН України». 2009. 414 с.
5. Хричиков В.Є., Меняйло О.В. Ливарне виробництво чорних і кольорових металів. Навчальний посібник. Видання друге доопрацьоване. Дніпропетровськ: НМетАУ. 2015. 89 с.
6. Могилатенко В. Г., Пономаренко О.І., Ямшинський М. М., Дроб'язко В. М., Кочешков А. С. Теоретичні основи ливарного виробництва. Навчальний посібник. Харків: НТУ «ХПІ». 2008. 288 с.
7. Ясюков В.В., Лысенко Т.В., Козишкурт Е.Н., Солоненко Л.И. Процессы кристаллизации и затвердевания отливок в разовых литейных формах. *Металл и литье Украины*. 2018. № 11-12. С. 1-8.
8. Токова О.В. Задача побудови комп'ютерної технології моделювання термічних процесів ливарного виробництва. *Control systems and computers*. 2018, № 4. УСиМ. 2018, № 4. С. 84-95.
9. Рафальський І.В., Арабе А.В., Лущик П. Е. Применение компьютерного термического анализа для моделирования процесса затвердевания отливок из алюминиевых сплавов. *Литье и металлургия*. 2010. № 1(54). 2(55). С. 115-121.
10. Гилева Э.А., Соколова О.О., Труфанов Н.А. Численное исследование процесса кристаллизации заготовки превентора. *Современные проблемы науки и образования*. 2014. № 5.
11. Труфанов Н.А., Шаяхметова Л.Р. Численное исследование влияния конвекции расплава на процесс кристаллизации слитка. *Фундаментальные исследования*. № 1. 2016. С. 72-78.
12. Селівборстова Т.В., Селівборстов В.Ю., Іванова Л.Х. Математичні основи фрактального тепло і масопереносу в двофазній зоні розплаву металу. «Сучасні проблеми металургії». № 25. 2022. С. 35-44.
13. Мамишев В.А., Шинский О.И., Соколовская Л.А. Физико-математические аспекты затвердевания отливок разной геометрии в песчаной форме. *Металл и литье Украины*. № 11. (258). 2014. С. 21-24.
14. Рафальський І.В., Лущик П.Е. Математическое моделирование процесса затвердевания и разработка технологий изготовления бездефектных отливок из алюминиевых сплавов. *Литейное производство и металлургия*. 2017. С. 127-133.
15. Лущик П. Е. Определение параметров кинетики затвердевания и моделирование литейных процессов при получении отливок из модифицированных силуминов. Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.16.04. Литейное производство. Минск. 2018. 30 с.
16. Кувыркин Г.Н., Лепешкин А.К. Математическое моделирование процессов затвердевание металлов в условиях высокоинтенсивного охлаждения. *Серия. «Естественные науки»*. 2007. № 3. С. 42-53.
17. Меняйло Е.В. Теплофизическая модель ускоренного затвердевания центральных зон отливок. *Процессы литья*. 2012. № 6 (96). С. 14-21.
18. Буляндра О.Ф., Драганов Б.Х., Федорів В.Г., Бессараб О.С., Міщенко А.В., Слітенко А.Ф. Теплотехніка. Підручник. К: Вища школа. 1998. 334 с.
19. Пелых С.Г., Семесенко М.П. Оптимизация литейных процессов. Киев. «Вища школа». 1977. 192 с.
20. Перестюк М.О., Маринець В.В. Теорія рівнянь математичної фізики. Підручник. Київ: Либідь. 2006. 424 с.
21. Вайсфельд Н. Д., Реут В. В. Рівняння математичної фізики. Навчальний посібник. для спеціальності «Прикладна математика». Одеса: Одеськ. нац. ун-т ім. І. І. Мечникова. 2018. 194 с
22. Курпа Л.В., Лінник Г.Б. Рівняння математичної фізики. Навчальний посібник. Харків: Вид-во «Підручник НТУ «ХПІ». 2011. 312 с.
23. Самойлович Ю.А., Кабаков З.А. Расчет затвердевания слитка из двойного сплава на основе «схемы компенсации». *Изв. АН. Сер. Металлы*. 1979. Т. 4. С. 65–67.
24. Кабанов П.Г. Математическое моделирование процесса кристаллизации жидкого металла в условиях внешнего воздействия. *Сиб. журн. индустр. математики*. 2007. Т. 10. № 4(32). С. 55–60.

25. Hamasaiid A., Dour G., Dargusch M.S., Loulou T., Davidson C., Savage G. Heat-transfer coefficient and in-cavity pressure at the casting-die interface during high-pressure die casting of the magnesium alloy AZ91D. *Metallurgical and Materials Trans.* 2008. V. 39, N 4. P. 853–864.
26. Марширов В.В., Тимофеев Г.И., Трифонов Ю.И. Влияние избыточного давления на теплообмен расплава с металлической формой. *Литейное производство.* 1987. Т. 10. С. 21–22.
27. Zhang L., Li L. Determination of heat transfer coefficients at metal/chill interface in the casting solidification process. *Heat and Mass Transfer.* 2013. V. 48, N 8. P. 1071–1080.

Bosyi M.V. MATHEMATICAL MODELING OF THE SOLIDIFICATION AND COOLING OF ALLOY WITH INTENSIVE HEAT EXCHANGE

It is shown that the study of the thermal regime of solidification and cooling of an aluminum casting with intensive heat exchange is a particularly relevant problem. The article considers the model of solidification and cooling of an aluminum alloy with intensive heat exchange depending on the conditions of heat removal through the metal form, as well as heat exchange with the surrounding medium and is described by the differential equations of Fourier thermal conductivity. The process of heat exchange within the mold firstly depends on the conditions of heat transfer by thermal conductivity and secondly on the heat transfer from the outer surface which occurs by natural convection. Therefore, it is necessary to estimate the cooling rate along the section of the solidifying alloy, to determine the necessary heat exchange conditions at the boundary between the alloy and the mold and the effect of these conditions on the solidification process. The selection of materials, the size and cooling conditions of the mold, which ensure the necessary cooling and solidification rates of the alloy, are determined by heat transfer, both in the casting and in the mold, the phase transition during the solidification process, the physical properties of the alloy that solidifies, and the mold, initial and final dimensions conditions. The best method for solving these issues is to create a physical-mathematical model that would describe the physical flow of heat transfer and solidification processes with the cooling rate during the formation of the alloy structure. Therefore, the current issue is the mathematical modeling of the process of solidification and cooling of an aluminum alloy with intensive heat exchange. The task is solved by determining the cooling rate of the aluminum alloy during the solidification process when the temperature of the liquidus is crossed and heat is intensively removed from its surface. Solving this task is necessary to determine technological regimes, boundary and initial conditions under which new alloys with microcrystalline structures can be obtained. The necessary finite-difference equations are presented, the algorithm is described, and the given model was tested using known experimental data. The influence of the dimensions of the casting and the heat transfer coefficient on the cooling rate of the aluminum alloy at the liquidus temperature is considered.

Key words: solidification model, aluminum alloy cooling, cooling rate, heat transfer coefficient, finite difference method.