

Цапар В.С.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Складанний Д.М.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Іщенко В.О.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ ГЕКСАКОПТЕРА ЯК ОБ'ЄКТУ КЕРУВАННЯ

Стаття присвячена розробці адекватної, але нескладної за структурою математичної моделі, яку можна застосувати для керування рухом гексакоптера. Актуальність цього дослідження зумовлена критичною потребою в точних математичних моделях для ефективного керування безпілотними літальними апаратами (БПЛА) типу коптер, які є складними нелінійними динамічними системами. Точні моделі необхідні для проєктування надійних автопілотів, забезпечення стабільного польоту та високої точності позиціонування. Аналіз останніх наукових публікацій підтверджує складність керування БПЛА через їхню динамічну нестабільність та значний вплив зовнішніх збурень, особливо турбулентних повітряних потоків.

Модель побудована з припущень, що гексакоптер є симетричним, що дає можливість апроксимувати його кулю відомих радіусу і маси, на певній відстані від якої встановлені двигуни. Враховуючи, що найбільш суттєві фактори ускладнення стабілізації – це турбулентні повітряні потоки та відповідні збурювальні моменти, метою роботи є розроблення нескладної за структурою математичної моделі руху гексакоптера, на основі якої можна було б створити ефективний алгоритм керування. У статті представлено виведення повної системи диференціальних рівнянь, що описує рух гексакоптера, апроксимованого симетричним тілом. Рух описується у нерухомій та рухомій системах координат із використанням кутів крену, тангажу та курсу. На основі другого закону Ньютона сформульовано два ключові рівняння: рівняння руху центру мас та рівняння кутових переміщень платформи. У моделі враховано аеродинамічні ефекти, зокрема сили опору повітря переміщенню корпусу та обертання гвинтів, гіроскопічні і перекидні моменти, що виникають внаслідок цих сил. Отримана модель описує рух центра мас та обертання платформи гексакоптера. Це забезпечує більш високу адекватність моделі реальним умовам експлуатації і дозволяє підвищити якість проєктування відповідних систем керування.

Ключові слова: гексакоптер, об'єкт керування, модель руху, збурювальні фактори.

Постановка проблеми. З швидким розвитком безпілотних літальних апаратів та їх широким впровадженням у різноманітні сфери діяльності – від доставки товарів і моніторингу сільського господарства до пошуково-рятувальних операцій та військових застосувань – потреба у точних математичних моделях для ефективного керування цими системами стає критично важливою. Коптери, як нелінійні динамічні системи з багатьма ступенями свободи, вимагають складних алгоритмів керування для забезпечення ста-

більного польоту та точного виконання завдань [1]. У даній роботі розглядається типовий варіант коптера з шістьма несучими гвинтами. Для проєктування систем керування, які забезпечують тривалу автоматичну підтримку режимів стабільної роботи коптера, необхідні відповідні моделі, що адекватно описують поведінку об'єкта керування в реальних умовах. Наявність точних математичних моделей коптера, як об'єкту керування, зумовлена необхідністю розробки надійних автопілотів та систем автономної навігації. Сучасні вимоги до

точності позиціонування, стабільності польоту та енергоефективності потребують глибокого розуміння динаміки руху цих апаратів. Математичні моделі дозволяють проектувати та налаштовувати регулятори, прогнозувати поведінку літального апарату за різних умов експлуатації, оптимізувати параметри керування для досягнення максимальної продуктивності [2].

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Останнім часом зростає інтерес до дослідження безпілотних літальних апаратів різних типів, зокрема коптерів. Як окрему гілку таких досліджень слід виділити моделювання руху таких летальних апаратів, яка лежить в основі розроблення систем керування ними. Так, зокрема, у роботі [3] квадрокоптер розглядається як динамічно нестабільний апарат, який має 6 ступенів свободи, але лише 4 керуючі входи – сили тяги роторів його двигунів. У роботі розглядаються аспекти кінематики та динаміки коптера, а також питання просторової локалізації та навігації в симуляційному середовищі. Для моделювання та симуляції використовувалося програмне забезпечення Matlab-Simulink. За твердженням авторів, такий симулятор дозволяє розробляти та верифікувати алгоритми керування та оцінювати моделі квадрокоптерних систем.

У роботі [4] запропонована перевірена на адекватність динамічна модель квадрокоптера, яка відображає його основні нелінійні характеристики та динаміку. Отримана модель підтверджує свою придатність для використання у процесі проектування регуляторів, які здатні забезпечити стабільний політ апарата. Автори застосували методику системної ідентифікації для отримання моделі, який передбачає збір експериментальних даних із реальної системи або детальної симуляції та використання цих даних для ідентифікації параметрів та структури моделі. Продовженням цього дослідження можна вважати роботу [5], де розглянуто задачу стабілізації висоти квадрокоптера під дією зовнішніх збурень, зокрема поривів вітру. Використано стандартну математичну модель такого об'єкту, що базується на жорсткому тілі з шістьма ступенями вільності. Моделювання систем керування здійснено за допомогою MATLAB Simulink. Результати демонструють відмінності у швидкості реакції, точності стабілізації та адаптивності методів керування квадрокоптером в умовах змінного середовища.

Робота вітчизняних авторів [6] присвячена теоретичному обґрунтуванню та розробці математичної моделі, необхідної для ефективного керування

безпілотними літальними апаратами. Головна проблема, яку вирішує робота, полягає у складності керування через динамічну нестабільність літальних апаратів, вплив зовнішніх збурень та необхідність забезпечення високої точності виконання маневрів. Головний акцент зроблено на тому, що без точної математичної моделі неможливо створити надійну автоматичну систему керування безпілотником.

Робота [7], також вітчизняних авторів, присвячена чисельному вирішенню задачі оптимального керування рухом коптера з урахуванням обмежень. Запропоновано математичну модель керованого руху коптера, яка ґрунтується на модифікації диференціальних рівнянь. Сформульовано задачу оптимізації польоту коптера за критерієм якості, що визначає енергетичні втрати на генерацію керуючих дій за фіксований проміжок часу. Розроблені обчислювальні алгоритми реалізовані програмно, що дозволяє обчислювати чисельні розв'язки.

Більш складний підхід продемонстровано авторами роботи [8], метою якої є підвищення надійності, безпеки та точності керування безпілотними апаратами, оскільки очікується їх інтеграція в загальний повітряний простір. У статті розроблена динамічна модель польоту коптера, яка включає адаптовану модель вітрового впливу. На основі сказаної моделі розроблено систему керування польотом на основі адаптивного керування. Адаптивний алгоритм генерує нелінійні закони керування з використанням ітеративних функцій налаштування, що дозволяє оцінювати та компенсувати невизначені параметри системи, такі як інерція та коефіцієнти аеродинамічного тертя.

Слід також відзначити роботу [9], автори якої запропонували графічний інтерфейс GUI для взаємодії оператора з коптером та реалізували його у Visual Basic. GUI слугує засобом для введення команд керування, зокрема тяги, крену, тангажу тощо та їх надсилання на систему керування для забезпечення стабільності та балансування коптера. При цьому використовуються досить прості моделі першого порядку та класичний ПІД-регулятор. Така робота доводить відсутність необхідності розроблення надмірно складних моделей для вирішення задачі моделювання та керування рухом коптера. Така ж можливість керування показана авторами [10] з підтвердженням цих висновків результатами імітаційного моделювання в уже згаданому MATLAB Simulink.

За результатами аналізу наведених вище робіт можна констатувати, що до найбільш суттєвих

факторів, належать турбулентні повітряні потоки та відповідні збурювальні моменти, що ускладнюють стабілізацію під час руху гексакоптера у відкритому просторі.

Постановка завдання. Метою даного дослідження є розроблення нескладної за структурою математичної моделі руху безпілотного літального апарату – гексакоптера, на основі якої можна було б розробити алгоритм та вирішити задачу керування його рухом.

Виклад основного матеріалу. Припустимо, що гексакоптер є симетричним, що дає можливість апроксимувати його кулею радіусом R і масою M , на відстані l від якої представлені двигуни у вигляді матеріальних точок масою M_m . Такий модельний гексакоптер зображений на рисунку 1. Компонівка гексакоптера подана на рисунку 2.

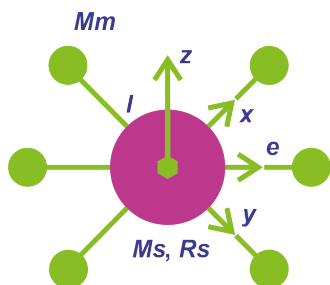


Рис. 1. Модельне зображення гексакоптера

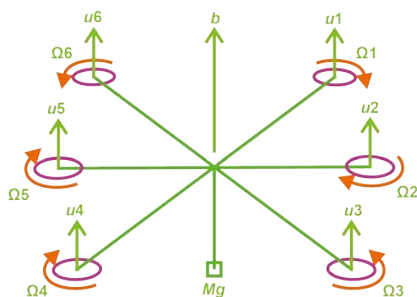


Рис. 2. Компонівка гексакоптера. $\Omega_1, \dots, \Omega_6$ – частоти обертання гвинтів; $u_1, \dots, u_6$ – сили тяги кожного гвинта; P – сила тяги несучої платформи

Кінематичні співвідношення всіх фізичних величин, що встановлюють рух гексакоптера у нерухомій (XYZ) та рухомій (xuz) системі координат (рисунк 3) задаються рівняннями:

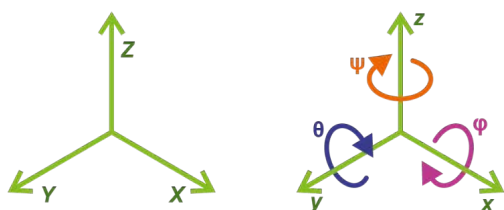


Рис. 3. Нерухома (XYZ) і рухома (xuz) системи координат гексакоптера

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = Q \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = Q^T \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (1)$$

Кути, позначені на рисунку мають назви: ϕ – крен, θ – тангаж, ψ – курс. Ортогональне перетворення Q визначається формулою:

$$Q = \begin{bmatrix} \cos \phi \cos \theta & \cos \phi \sin \theta & -\sin \phi \\ \sin \phi \cos \theta & \sin \phi \sin \theta & \cos \phi \\ \cos \theta \sin \phi & \sin \theta \sin \phi & \cos \theta \end{bmatrix},$$

Запишемо другий закон Ньютона для гексакоптера у вигляді

$$m \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{u} - \vec{P} + \vec{D} - \vec{F} - \vec{H}, \quad (2)$$

де m – маса гексакоптера; $\vec{V}$ – вектор швидкості центра маси, де $\vec{u}$ – вектор сили тяги гвинтів; $\vec{D}$ – вектор додаткової сили тяги, що з'являється в результаті обтікання гексакоптера повітрям у площині гвинтів; $\vec{P}$ – вектор сили тяжіння; $\vec{F}$ – вектор сил опору повітря переміщенню корпусу гексакоптера; $\vec{H}$ – вектор сил опору повітря обертання гвинтів.

Перші три вектори $\vec{u}, \vec{D}, \vec{P}$, хоча і описують зміщення центру мас гексакоптера у нерухомій системі за всіма координатами X, Y і Z , у рухомій системі координат (xuz) це переміщення буде відбуватися лише за координатою z . Сформуємо компоненти цих векторів:

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = Q^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ u_z \end{bmatrix}; \quad \vec{D} = \begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} = Q^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ D_z \end{bmatrix}; \quad \vec{P} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ P_z \end{bmatrix}. \quad (3)$$

У цій системі рівнянь:

$$u_z = k_u R^2 \sum_{i=1}^6 \Omega_i^2 = \sum_{i=1}^6 u_i,$$

$$P_z = mg;$$

$$D_z = 6k_u (V_{\text{відн}, x}^2 + V_{\text{відн}, y}^2),$$

де k_u – коефіцієнт тяги гвинта; R – радіус гвинта, g – прискорення вільного падіння.

Компоненти швидкості центра мас гексакоптера відносно повітря в рухомій системі координат (xuz):

$$\begin{bmatrix} V_{\text{відн}, x} \\ V_{\text{відн}, y} \\ V_{\text{відн}, z} \end{bmatrix} = Q \begin{bmatrix} V_{\text{відн}, X} \\ V_{\text{відн}, Y} \\ V_{\text{відн}, Z} \end{bmatrix} = Q \begin{bmatrix} V_X - V_{B X} \\ V_Y - V_{B Y} \\ V_Z - V_{B Z} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

де $V_{\text{відн}, (x, y, z)}$ – компоненти швидкості центра мас гексакоптера відносно повітря в координатах (xuz); $V_{(X, Y, Z)}$ – компоненти швидкості центра мас у нерухомій системі координат (XYZ); $V_{B (X, Y, Z)}$ – компоненти швидкості вітру в координатах (XYZ).

Вектор сил опору повітря переміщення корпусу гексакоптера:

$$\vec{F} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{F,x} V_{\text{відн},x} |V_{\text{відн},x}| \\ k_{F,y} V_{\text{відн},y} |V_{\text{відн},y}| \\ k_{F,z} V_{\text{відн},z} |V_{\text{відн},z}| \end{bmatrix}, \quad (5)$$

де $k_{F,(X,Y,Z)}$ – коефіцієнти опору повітря переміщення гексакоптера за координатами (XYZ) . Очевидно, що $k_{F,X} = k_{F,Y}$.

Вектор сил опору повітря обертання гвинтів:

$$\vec{H} = \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} = Q^T \begin{bmatrix} V_{\text{відн},x} \\ V_{\text{відн},y} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

де k_H – коефіцієнт опору повітря обертання гвинтів.

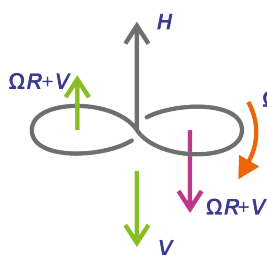


Рис. 4. Схематичне зображення дії сил опору повітря обертання гвинта

Після підстановки (3) – (6) у (2) отримаємо рівняння руху центра мас гексакоптера в нерухомій системі координат (XYZ) :

$$m \begin{bmatrix} \dot{V}_x \\ \dot{V}_y \\ \dot{V}_z \end{bmatrix} = Q \begin{bmatrix} -H_x \\ -H_y \\ u_z + D_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ P_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Рівняння (7) описує рух переміщень у основних площинах. Рівняння руху для кутових переміщень платформи має наступний вигляд:

$$\vec{J} \frac{d\vec{E}}{dt} + \vec{E} \times \vec{J} \vec{E} = \vec{\tau} + \vec{G} + \vec{B}, \quad (8)$$

де $\vec{J}$ – вектор головних моментів інерції гексакоптера відносно осей x, y, z платформи, $\vec{E}$ – вектор кутових швидкостей обертання платформи відносно тих же осей; $\vec{\tau}$ – вектор оберткових моментів, $\vec{G}$ – вектор гіроскопічних і реактивних моментів, виникаючих відносно вказаних осей; $\vec{B}$ – вектор перекидних моментів.

Вектор $\vec{J}$ набуває вигляду (9):

$$\vec{J} = \begin{bmatrix} J_x & 0 & 0 \\ 0 & J_y & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Діагональні елементи цієї матриці визначаються як:

$$J_x = J_y = \frac{2MR^2}{5} + 2l^2 M_m,$$

$$J_z = \frac{2MR^2}{5} + 4l^2 M_m$$

Вектор $\vec{E}$ набуває вигляду:

$$\vec{E} = \begin{bmatrix} \dot{E}_x \\ \dot{E}_y \\ \dot{E}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{E}_x \\ \dot{E}_y \\ \dot{E}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{E} \\ \dot{E} \\ \dot{E} \end{bmatrix}.$$

Ліва частина виразу (8) описує зміну моменту кількості руху платформи і визначається як:

$$\vec{J} \frac{d\vec{E}}{dt} + \vec{E} \times \vec{J} \vec{E} = \begin{bmatrix} J_x \dot{E}_x \\ J_y \dot{E}_y \\ J_z \dot{E}_z \end{bmatrix} + \det \begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \dot{E}_x & \dot{E}_y & \dot{E}_z \\ J_x \dot{E}_x & J_y \dot{E}_y & J_z \dot{E}_z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} J_x \dot{E}_x + (J_z - J_y) \dot{E}_y \dot{E}_z \\ J_y \dot{E}_y + (J_x - J_z) \dot{E}_x \dot{E}_z \\ J_z \dot{E}_z + (J_y - J_x) \dot{E}_x \dot{E}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_x \dot{E}_\phi + (J_z - J_y) \dot{E}_\theta \dot{E}_\psi \\ J_y \dot{E}_\theta + (J_x - J_z) \dot{E}_\phi \dot{E}_\psi \\ J_z \dot{E}_\psi + (J_y - J_x) \dot{E}_\phi \dot{E}_\theta \end{bmatrix}, \quad (10)$$

де $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – одиничні вектори.

Оскільки, у силу висунутого припущення, компоновка платформи симетрична. Оберткові моменти $\vec{\tau}$ відносно осей x, y, z , що обумовлено невідповідністю частот обертання $\Omega_1, \dots, \Omega_6$ гвинтів, і відповідно сил тяги $u_1, \dots, u_6$ – можна визначити рівнянням (11):

$$\vec{\tau} = \begin{bmatrix} \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_H R^2 \ell \cos 45^\circ (\odot_1^2 + \odot_2^2 - \odot_3^2 - \odot_4^2 + \odot_5^2 - \odot_6^2) \\ k_H R^2 \ell \cos 45^\circ (-\odot_1^2 + \odot_2^2 + \odot_3^2 - \odot_4^2 - \odot_5^2 + \odot_6^2) \\ k_H R^3 (-\odot_1^2 + \odot_2^2 - \odot_3^2 + \odot_4^2 - \odot_5^2 + \odot_6^2) \end{bmatrix}, \quad (11)$$

де l – відстань від центра мас платформи до осі кожного гвинта – довжина тримальної балки гексакоптера. Вираз для компоненту z отримано з рис. 5.

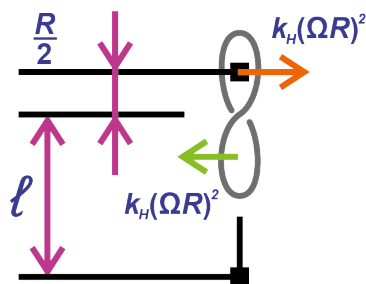


Рис. 5. Схема виникнення моменту ξ_z

З геометричних співвідношень, показаних на рис. 5, для усіх шести гвинтів гексакоптера маємо:

$$\tau_{z(1-6)} = k_H (\odot R)^2 \left(\ell + \frac{R}{2} \right) - k_H (\odot R)^2 \left(\ell - \frac{R}{2} \right) = k_H (\odot R)^2 \cdot R = k_H R^3 \odot^2 \quad (12)$$

Вектор $\vec{G}$ гіроскопічних і реактивних моментів набуває вигляду:

$$\vec{G} = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \\ G_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{IM}(-\odot_1 + \odot_2 - \odot_3 + \odot_4 - \odot_5 + \odot_6)\dot{E} \\ J_{IM}(\odot_1 - \odot_2 + \odot_3 - \odot_4 + \odot_5 - \odot_6)\dot{E}_x \\ J_{IM}(-\dot{\odot}_1 + \dot{\odot}_2 - \dot{\odot}_3 + \dot{\odot}_4 - \dot{\odot}_5 + \dot{\odot}_6) \end{bmatrix}, \quad (13)$$

де J_{IM} – момент інерції обертової частини виконавчого механізму, приведений до осі двигуна.

Перекидні моменти $\vec{B}$, що виникають в точці прикладання сили опору повітря поступальному руху платформи та її центра мас виникає за умов, показаних на рисунку 6.

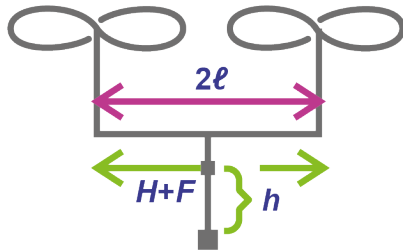


Рис. 6. Схема виникання перекидного моменту

$$\vec{B} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (H_y + F_y)h \\ -(H_x + F_x)h \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

де компонента $\vec{F}$ в осях x, y, z визначається із співвідношення (5)

Підставивши (10) – (14) у рівняння (8), отримаємо рівняння руху гексакоптера в кутових координатах:

$$\vec{J} \begin{bmatrix} \dot{E}_x \\ \dot{E}_y \\ \dot{E}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \dot{E}_x & -\dot{E}_y \\ -\dot{E}_x & 0 & \dot{E}_z \\ \dot{E}_x & -\dot{E}_y & 0 \end{bmatrix} \cdot \vec{J} \begin{bmatrix} \dot{E}_x \\ \dot{E}_y \\ \dot{E}_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \\ G_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

де $\vec{J}$ визначається виразом (9).

Висновки. Таким чином, у повному вигляді рівняння (7) і (19) описують рух центра мас і обертання платформи навколо власних осей розглянутого гексакоптера з урахуванням аеродинамічних ефектів. Урахування зазначених ефектів дає змогу підвищити якість проектування відповідних систем керування гексакоптером.

Список літератури:

1. Quan Quan. Introduction to Multicopter Design and Control. Springer Singapore, 2017, 386 p. ISBN 978-981-10-3382-7
2. Bouabdallah S. Design and Control of Quadrotors with Application to Autonomous Flying. Lausanne, EPFL, 2007, 129 p.
3. Rodić A., Mester G. Modeling and Simulation of Quad-Rotor Dynamics and Spatial Navigation. *Intelligent Systems and Informatics (SISY 2011)*. 2011. P. 23–28. 10.1109/SISY.2011.6034325.
4. Peña M., Luna A., Rodríguez C. Identification of an Unstable Nonlinear System: Quadrotor. *International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial and Mechatronics Engineering*. 2014. Vol.8. No.2. P. 307–321.
5. Біганський Б.М., Ковалюк Д.О. Порівняння систем керування мультироторним БПЛА. *Вісник НТУУ “КПІ імені Ігоря Сікорського”. Серія: Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження*. 2025. No.3. С. 52–60. DOI: 10.20535/2617-9741.3.2025.340377
6. Родінков Ю., Савицький А. Математична модель керування безпілотних літальних апаратів. *Herald of Khmelnytskyi National University. Technical sciences*, 2024. No.337(3(2)), P. 298–304. DOI: 10.31891/2307-5732-2024-337-3-45.
7. Hart L.L., Ruzhevych V.O., Hart A.V. Numerical analysis of controlled motion of a quadcopter drone. *Problems of applied mathematics and mathematical modeling*. 2024. Vol.24, P. 38–56. DOI: 10.15421/322405
8. Bouadi H., Mora-Camino F. Modeling and Adaptive Flight Control for Quadrotor Trajectory Tracking. *Journal of Aircraft*, 2017. Vol.55. P. 1–16. DOI: 10.2514/1.C034477
9. Dirman H., Mongkhun Q., Rozaimi Gh., Mohd Nor Mohd Than, Wahyu M., Utomo R. O. Simple GUI Wireless Control of Quadcopter. *International Journal of Communication, Network and System Sciences*. 2013. Vol.6. No.1. P.52–59. DOI: 10.4236/ijcns.2013.61006
10. Nur Hayati S., Mohd Ariffanan M.B.. Modelling and Manual Tuning PID Control of Quadcopter. *Control, Instrumentation and Mechatronics: Theory and Practice*. 2022. LNEE 921, P. 346–357. DOI: 10.1007/978-981-19-3923-5_30

Tsapar V.S., Skladannyi D.M., Ishchenko V.O. MATHEMATICAL MODELING OF THE MOTION OF A HEXACOPTER AS A CONTROL OBJECT

The article focuses on developing an adequate but uncomplicated mathematical model that can be used to control the movement of a hexacopter. The relevance of this research is due to the critical need for accurate mathematical models for the effective control of unmanned aerial vehicles (UAVs) such as copter-type aircraft, which are complex nonlinear dynamic systems. The accurate models are necessary for designing reliable autopilots, ensuring stable navigation, and high positioning accuracy. An analysis of recent scientific publications confirms the complexity of controlling UAVs due to their dynamic instability and the significant influence of external disturbances, especially turbulent airflows.

The model based on the assumption that the hexacopter is symmetrical, which makes it possible to approximate it with a sphere of known radius and mass, at a certain distance from which the motors are positioned. Considering that the most significant factors complicating stabilization are turbulent air flows and corresponding disturbing moments, the goal of this research is to develop a mathematically uncomplicated model of hexacopter motion, based on which an effective control algorithm could be created. The article presents the derivation of a complete system of differential equations describing the motion of a hexacopter approximated by a symmetrical body. The motion is described in stationary and moving coordinate systems using roll, pitch, and heading angles. Based on Newton's second law, two key equations are formulated: the equation of motion of the mass centre and the equation of platform angular displacement. The model considers aerodynamic effects, in particular the forces of air resistance to the body displacement and propeller rotation, as well as the gyroscopic and overturning moments arising from these forces. The resulting model describes the motion of the mass centre and the rotation of the hexacopter platform. This ensures that the model is more consistent with real operating conditions and improves the quality of the design of the corresponding control systems.

Key words: hexacopter, control object, motion model, disturbance factors.

Дата надходження статті: 10.11.2025

Дата прийняття статті: 27.11.2025

Опубліковано: 30.12.2025